535.6
H42

Learning and Labor.
LIBRARY
OF THE
University of Illinois.
CLASS. BOOK. VOLUME.
535.6 H42
Books are not to be taken from the Library.
Accession No.
REMOTE STORAGE

The person charging this material is responsible for its return to the library from which it was withdrawn on or before the **Latest Date** stamped below.

Theft, mutilation, and underlining of books are reasons for disciplinary action and may result in dismissal from the University.

UNIVERSITY OF ILLINOIS LIBRARY AT URBANA-CHAMPAIGN

JAN 2 4 1975
MAY 3 0 1979
JUL 1 7 1987
JUL 2 1 1987

L161—O-1096

GUSTAV E. STECHERT
9 EAST 16. STREET
NEW YORK

UEBER

NEWTON'S GESETZ

DER

FARBENMISCHUNG

VON

Dr. EWALD HERING,
PROFESSOR DER PHYSIOLOGIE IN PRAG.

Sonderabdruck aus dem naturwissenschaftlichen Jahrbuch „Lotos". Band VII
Verlag von F. Tempsky in Prag.

PRAG, 1887.
VERLAG VON F. TEMPSKY.

REMOTE STORAGE

Ueber Newton's Gesetz der Farbenmischung.

Von EWALD HERING,
Professor der Physiologie an der deutschen Universität
zu Prag.

Einleitung.

Die vorliegende Abhandlung wäre wohl noch längere Zeit ungedruckt geblieben, wenn nicht das Erscheinen des ersten Heftes einer zweiten Auflage des Handbuchs der physiologischen Optik von Helmholtz mich bestimmte, Einiges aus meinen Vorarbeiten zu einer ausführlichen Darstellung der Lehre von Lichtsinn schon jetzt zu veröffentlichen. Vielleicht gelingt es mir dazu beizutragen, dass Helmholtz nicht abermals die Young'sche Theorie zur Grundlage seiner Erklärungen nimmt.

Allerdings gab ich mich bis vor Kurzem der Hoffnung hin, dass Helmholtz jene Theorie und die rein psychologische Erklärung eines grossen und wichtigen Theiles der Erscheinungen des Licht- und Farbensinnes bereits als unzureichend erkannt haben werde; aber die in der letzten Zeit aus dem physikalischen Institute der Berliner Universität hervorgegangenen Arbeiten König's haben diese Hoffnung sehr erschüttert.

Das Newton'sche Gesetz der Farbenmischung wurde bis in die jüngste Zeit als ein zum Mindesten sehr angenähert richtiger Ausdruck für die Ergebnisse der Farbenmischung betrachtet, nachdem Grassmann dasselbe Helmholtz gegenüber vertheidigt, und die späteren Versuche des letzteren über spectrale Farbenmischungen zu einem mit dem Gesetze in Einklang stehenden Ergebnisse geführt hatten. Ein strenger Beweis für die genaue Giltigkeit des Gesetzes ist jedoch bisher, soviel mir bekannt, noch nicht geliefert worden. Maxwell's und Aubert's Prüfungen des Gesetzes an Farbengleichungen,

die mit dem Kreisel gewonnen wurden, führten allerdings zu einer guten Uebereinstimmung der Versuchsergebnisse mit dem Gesetze. Aber die Genauigkeit, welche sich bei dieser Methode erzielen lässt, ist nicht gross. Berechnet man aus zwei mit dem Kreisel gewonnenen Gleichungen eine dritte und stellt sie auf dem Kreisel nach der Rechnung zusammen, so stimmt sie im Allgemeinen zwar angenähert, aber fast nie genau, und wenn sie genau stimmt, so hat sie häufig deshalb wenig Werth, weil die spektroskopische Untersuchung der beiden Lichter der Gleichung lehrt, dass sie in nahezu identischer Weise aus homogenen Strahlen zusammengesetzt sind (vergl. §. 36).

Grassmann leitete das Gesetz theoretisch aus Voraussetzungen ab, die zu einem wesentlichen Theile erwiesenermaassen irrige sind (vergl. §. 33). Helmholtz verwies betreffs der theoretischen Abtheilung auf Grassmann und auf drei von demselben aufgestellte (in der That richtige) Sätze, aus denen man das Gesetz ableiten könne (vergl. §. 34). Doch gab er selbst keine Ableitung desselben und beschäftigte sich auch nicht mit der experimentellen Prüfung des Gesetzes. Auch ersieht man aus seiner Darlegung nicht, ob er dasselbe für streng richtig hält oder nicht. Er erwähnt nur, dass Maxwell seine Versuche am Farbenkreisel in guter Uebereinstimmung mit dem Gesetze fand. Im mathematischen Theile seiner Erörterungen setzt Helmholtz schon voraus, dass alle möglichen Lichter in Bezug auf das Auge eine Mannigfaltigkeit darstellen, welche sich gemäss der Schwerpunktconstruction auf einer Ebene anordnen lässt, und führt nur den Beweis, dass wenn man, ausgehend von drei Lichtern und ihren freigewählten Maasseinheiten, alle übrigen Lichter mittelst jener Construction anordnen würde, auch alle Mischungsergebnisse dem Newton'schen Gesetze entsprechen würden, wie dies eben durch die Art der Anordnung bedingt ist. —

Denken wir uns durch einen Punkt alle möglichen Geraden gelegt und durch das so gebildete „Strahlbündel" ausserhalb seines Mittelpunktes eine Ebene, so entspricht jedem Punkte der letzteren ein bestimmter „Halbstrahl" des Bündels und ein bestimmter Abstand vom Mittelpunkte des letzteren. Jeder Punkt der Ebene kann somit als Träger oder Symbol der zwischen ihm und dem Mittelpunkte des Strahlbündels gelegenen Strecke aufgefasst werden, welche eine bestimmte Länge und (aus dem Mittelpunkte des Bündels betrachtet) eine bestimmte Richtung hat. Erstere will

ich als die dem Punkte zugehörige Länge oder Maasseinheit, letztere als die ihm zugehörige Richtung bezeichnen. [1])

Die gegenseitige Beziehung der einzelnen Punkte (Elemente) eines solchen „ebenen Systems", in welchem jeder Punkt eine Strecke von bestimmter Richtung (Qualität) und bestimmter Länge (Quantität) bedeutet, lässt sich u. A., da Kräfte durch entsprechend gerichtete Strecken dargestellt werden können, in folgender Weise kennzeichnen.

Denkt man sich in beliebig vielen Punkten des ebenen Systems Kräfte von beliebiger Grösse angreifend, deren jede die ihrem Angriffspunkte zugehörige Richtung hat; bestimmt man ferner die Grössen dieser Kräfte nicht nach einer für alle gemeinsamen Einheit, sondern nimmt für jede einzelne Kraft als Einheit die ihrem Angriffspunkte zugehörige Maasseinheit (Länge der zugehörigen Strecke), denkt sich die so gemessenen Kräfte als Gewichte, mit welchen die bezüglichen Punkte der als schwerlos angenommenen Ebene belastet sind, und bestimmt den Schwerpunkt der so belasteten Ebene: so ist derselbe zugleich der Angriffspunkt der Resultirenden aus allen jenen Kräften; die diesem Punkte zugehörige Richtung ist die Richtung der Resultirenden; und die Summe aller Gewichte drückt die Grösse der Resultirenden aus, wenn wir als Krafteinheit derselben die ihrem Angriffspunkte zugehörige Maasseinheit nehmen. (Vergl. §. 24.)

Wie sich die Mannigfaltigkeit aller aus einem bestimmten Punkte nach einer bestimmten Ebene hingehenden (in Bezug auf sie positiven) Richtungen durch die Gesammtheit der Punkte dieser Ebene ausdrücken lässt, so auch jede andere Mannigfaltigkeit, welche gleicher Ordnung ist, wie die eben genannte, und deren qualitativ verschiedene Elemente eine quantitative Bestimmung zulassen.

Wenn das von Newton aufgestellte Mischungsgesetz richtig ist, müssen die verschiedenen Qualitäten der physiologischen Reizwerthe [2])

[1]) Die reine Geometrie der Lage sieht ab von allen metrischen Beziehungen ihrer Gebilde. Berücksichtigt man aber z. B. bei einem ebenen Punktsystem nicht bloss den zu jedem Punkte gehörigen Strahl, sondern auch die zu ihm gehörige Strecke (im obigen Sinne), so erhält man eine bequeme Brücke zum Uebergange aus der Geometrie der Lage in die Geometrie des Maasses.

[2]) Man wolle den Reizwerth eines Lichtes nicht verwechseln mit der Erregung oder Empfindung, welche es erzeugt. Man kann z. B. einem Lichte in Bezug auf eine lichtempfindliche Substanz eine bestimmte zersetzende

(optischen Valenzen) aller möglichen homogenen oder zusammengesetzten Lichter (Strahlungen), welche die Netzhaut erregen können, einer solchen Mannigfaltigkeit angehören. Denn nach jenem Gesetze müssten sich alle diese Lichter nach der Qualität ihres Reizwerthes so angeordnet denken lassen, dass sie ein ebenes System wie das oben geschilderte bilden.

Um zu entscheiden, ob Newton's Vermuthung richtig ist oder nicht, bedurfte es nur der experimentellen Beantwortung zweier Fragen. Erstens war zu entscheiden, ob der, einem (qualitativ und quantitativ) bestimmten Lichte eigenthümliche Reizwerth qualitativ und quantitativ ganz ungeändert bleibt, wenn dasselbe als Bestandtheil irgend eines beliebigen Lichtes d. h. in Verbindung oder Mischung mit einer beliebigen Quantität eines beliebigen zweiten (ihm selbst gleichen oder ungleichen) Lichtes auf das Auge wirkt; ob ferner jener Reizwerth ebenso unverändert bleibt, wenn die Stimmung („Erregbarkeit") der bezüglichen Netzhautstelle sich beliebig ändert. Dass dies Alles der Fall ist, davon habe ich mich durch Hunderte von Versuchen überzeugt (§§. 36—40). Man kann also mit den physiologischen Reizwerthen oder optischen Valenzen des Lichtes ebenso rechnen, wie mit beliebigen anderen Werthen, und mit Farbengleichungen ebenso wie mit anderen Gleichungen.

Die zweite Frage war die, ob sich aus beliebigen vier Lichtern immer mindestens eine Farbengleichung herstellen lässt, entweder so, dass ein bestimmtes Gemisch aus drei von diesen Lichtern einer bestimmten Quantität des vierten gleich erscheint, oder so, dass eine bestimmte Mischung aus zweien einer bestimmten Mischung aus den beiden andern gleich erscheint. Dass diese Frage zu bejahen ist, hat vielfache Erfahrung längst erwiesen.

Sind somit beide Fragen zu bejahen, so ist zugleich erwiesen, dass sämmtliche verschiedene Qualitäten der Reizwerthe aller möglichen Lichter einer Mannigfaltigkeit angehören, welche gleicher

---

Kraft (Reizwerth) zuschreiben; ob aber und in welchem Maasse die chemische Aenderung dieser Substanz wirklich eintritt, hängt nicht blos von dem, jenem Lichte eigenthümlichen und seiner Energie proportionalen Vermögen jene Substanz zu zersetzen, sondern auch von anderen Umständen ab, z. B. von der Temperatur, der Anwesenheit anderer Substanzen, der Anhäufung der Zersetzungsproducte u. s. w. Will man also verschiedene Lichtarten in Betreff ihres Reizwerthes für dieselbe Substanz vergleichen, so muss man dies ebenso wie beim Sehorgane unter sonst ganz gleichen Bedingungen thun.

Ordnung ist, wie die oben beschriebene, und dass sich, wie dort alle möglichen Richtungen, so hier alle möglichen Qualitäten der Reizwerthe auf einer Ebene derart anordnen lassen, dass die Schwerpunktconstruction in der beschriebenen Weise auf sie Anwendung finden kann. Jeder Punkt des ebenen Systems bedeutet dann eine bestimmte Grösse (Maasseinheit) eines Reizwerthes von bestimmter Qualität und ist, insoweit dieser Reizwerth in wirklichen Lichtern gegeben ist, als das räumliche Symbol aller dieser zwar physikalisch verschiedenen aber physiologisch gleichwerthigen Lichter auf der Ebene zu betrachten.

Ein ebenes System von der beschriebenen Art ist bestimmt, wenn zu drei beliebigen nicht in einer Geraden liegenden Punkten die Längen der zugehörigen Strecken gegeben sind. Denn diese zugehörigen Längen (Maasseinheiten) sind gleich den Kanten der dreiseitigen Pyramide, deren Spitze den Mittelpunkt jenes Strahlbündels bildet, als dessen Träger das ebene System anzusehen ist. Wenn also für drei beliebige Lichter (Wahllichter), die unter sich keine Gleichung zulassen, die Orte auf der Ebene und die Maasseinheiten bestimmt sind, so ist damit zugleich für jedes beliebige vierte Licht der Ort und die Maasseinheit bestimmt. Bildet man aus diesem vierten Lichte und den drei Wahllichtern eine Gleichung, so lassen sich Ort und Maasseinheit des vierten Lichtes mit Hilfe der Schwerpunktconstruction finden.

Die folgende Abhandlung ist im Wesentlichen eine weitläufige Auseinandersetzung dessen, was soeben kurz entwickelt wurde. Die Breite der Darstellung wolle man damit entschuldigen, dass ich bemüht war, eine möglichst allgemein verständliche Darstellung zu finden, in der auch alle für die späteren Anwendungen wesentlichen Seiten des hier behandelten Problems erschöpft sind; ferner damit, dass ich Auffassungen zu widerlegen hatte, denen einerseits lange Gewöhnung anderseits der Glanz der sie vertretenden Namen eine Bedeutung verliehen hat, die ihnen allerdings an sich nicht zukommt.

Ich habe seinerzeit bemerkt, dass die Newton'sche Farbentafel viel Verwirrung in der Farbenlehre verschuldet habe. Dies kam daher, dass man die geometrische Anordnung der objectiven Lichter nach der Qualität ihrer Reizwerthe oder optischen Valenzen mit einer geometrischen Anordnung der Qualitäten der Lichtempfindung zusammenwarf.

Grassmann hat diese unstatthafte Vermengung zuerst systematisch durchgeführt, indem er annahm, dass jeder bestimmten Wellenlänge des homogenen Lichtes ein ganz bestimmter Farbenton der Empfindung unabänderlich entspreche, dass ferner die Weisslichkeit oder „Sättigung“ einer Farbenempfindung sich unabhängig von ihrer Helligkeit ausdrücken lasse durch ein bestimmtes Mischungsverhältniss zwischen einem bestimmten homogenen und einem für sich weiss erscheinenden Lichte, dass endlich die „Intensität“ oder Helligkeit der Empfindung der Intensität des objectiven Lichtes proportional sei. Lässt man nun die Qualität einer Lichtempfindung nur bestimmt sein durch ihren Farbenton und ihre Weisslichkeit, und fasst die Helligkeit nur als eine Intensitätsstufe der Empfindung auf, so erscheint die Qualität einer Farbenempfindung von nur zwei Variablen (Farbenton und Weisslichkeit) abhängig, und es lassen sich dann alle Qualitäten der Farbenempfindung ebenfalls auf einer Ebene, der Schwerpunktconstruction gemäss, angeordnet denken. Man erhält so ein Empfindungstableau, welches sich, wenn man Grassmann's Annahmen gelten lässt, mit der oben erwähnten Tafel der Qualitäten des Reizwerthes der objectiven Lichter deckt.

Diese Auffassung geht also von der Voraussetzung aus, dass den drei hierbei angenommenen Variablen der Empfindung (1. Farbenton, 2. Weisslichkeit, 3. Helligkeit) drei Variable des objectiven Lichtes (1. Wellenlänge, 2. Mischungsverhältniss zwischen einem homogenen Lichte und einem für sich weiss erscheinenden Lichte, 3. Intensität) derart entsprechen, dass je eine Variable der Empfindung nur von je einer Variablen des objectiven Lichtes abhängig ist. Diese Voraussetzung aber ist falsch. (Vergl. §. 33 und 34.)

Zum Schlusse habe ich eine kurze Uebersicht über eine Reihe von Theorien des Farbensinnes gegeben, welche sich sämmtlich mit dem Newton'schen Gesetze vertragen und sich vertheidigen lassen würden, wenn man an eine solche Theorie keine weiteren Forderungen stellt, als diejenigen, welche die Young'sche Theorie zu erfüllen vermag.

Erster Abschnitt.

Geometrische Darstellung von Gemischsystemen.

I. Die Mischlinie.

§. 1.

Auf der unbegrenzten Geraden mm (Fig. 1, 2, 3) möge jeder Punkt einen bestimmten, durch die ihm entsprechende Ordinate der unbegrenzten Geraden ll dargestellten Werth eines beliebigen

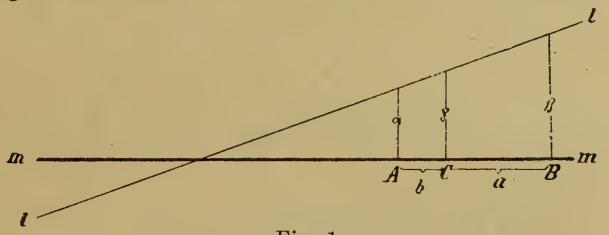

Fig. 1.

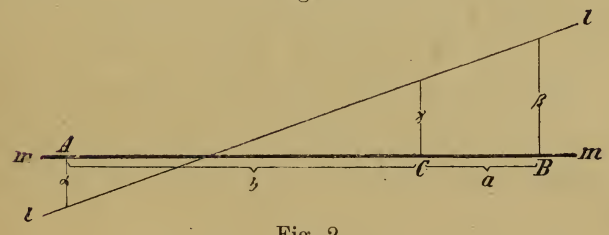

Fig. 2.

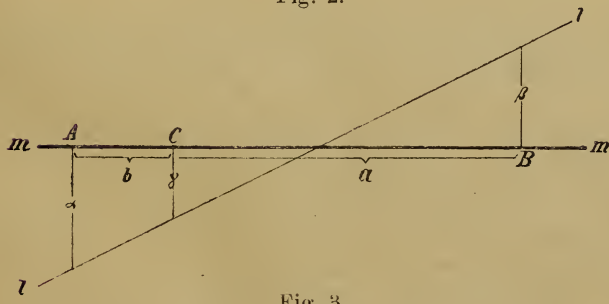

Fig. 3.

Etwas (E) bedeuten. Dieser Werth, welcher sowohl positiv als negativ sein kann, möge der E-Werth des bezüglichen Punktes, und die Gerade ll die Linie der E-Werthe oder die E-Werthlinie heissen.

Der Punkt, in welchem die E-Werthlinie die Gerade *mm* schneidet, soll der Nullpunkt der E-Werthe heissen. Er theilt die Gerade *mm* derart, dass einerseits alle positiven, anderseits alle negativen E-Werthe liegen. Ist im besonderen Falle die E-Werthlinie mit der Geraden *mm* parallel, so haben alle Punkte der letzteren denselben E-Werth, und liegt der Nullpunkt (doppelt) im Unendlichen.

Bezeichnen wir die zu den Punkten A, C, B (Fig. 1, 2, 3) gehörigen Ordinaten oder E-Werthe mit α, γ, β, die Strecke A C mit b, die Strecke C B mit a, so ist

$$\beta - \gamma : \gamma - \alpha = a : b$$
$$(a + b)\,\gamma = a\alpha + b\beta \ldots\ldots (1.)$$

Entsprechen einem oder mehreren von den drei Punkten A, C, B negative Ordinaten, so sind auch die entsprechenden E-Werthe negativ in Rechnung zu bringen.

Auf Grund der Gleichung (1.) oder durch Construction lässt sich also, wenn für zwei Punkte der Geraden *mm* die E-Werthe gegeben sind, für jeden beliebigen dritten E-Werth der zugehörige Punkt und für jeden beliebigen dritten Punkt der zugehörige E-Werth finden. Der zu einem beliebigen Punkte der Geraden *mm* gehörige E-Werth kann in Hinblick auf spätere Erörterungen unter Benützung eines in der physiologischen Optik bereits eingebürgerten Begriffes auch als die Maasseinheit jenes Punktes bezeichnet werden.

Wir denken uns zu zwei Punkten A und B der Geraden *mm*, deren E-Werthlinie *ll* gegeben ist, zwei beliebig grosse positive E-Quantitäten A und B und bestimmen, wie vielmal in A der dem Punkte A entsprechende E-Werth α und wie vielmal in B der dem Punkte B entsprechende E-Werth β enthalten ist, d. h. wir messen A mit der Maasseinheit α und B mit der Maasseinheit β. Die so gefundenen Werthe nennen wir a und b. Denken wir uns nun die als schwerlos angenommene Gerade *mm* in den Punkten A und B mit zwei Gewichten belastet, welche sich zu einander verhalten wie die gefundenen Maasszahlen a und b, und suchen den Schwerpunkt der so belasteten Geraden, so finden wir ihn im Punkte C, welcher die Strecke AB derart theilt, dass das dem Punkte A anliegende Theilstück AC sich zu dem an B grenzenden Theilstücke BC verhält wie b : a; also

$$AC : BC = b : a.$$

Dividiren wir die Summe der beiden E-Quantitäten A und B durch die Summe der Maasszahlen a und b, so erhalten wir den zum Punkte C gehörigen E-Werth oder seine Maasseinheit γ.

Denn es gilt auch hier wieder die Gleichung (1)

$$(a + b)\,\gamma = a\,\alpha + b\,\beta$$

und da $a\,\alpha = A$ und $b\,\beta = B$, so ist

$$\gamma = \frac{A + B}{a + b}$$

Wir können uns also jede beliebige positive E-Quantität als ein Gewicht denken, mit welchem sich ein beliebiger Punkt der schwerlosen Geraden *mm* belasten lässt. Bestimmen wir dann die Grösse dieses Gewichtes mittels derjenigen Maasseinheit, welche dem belasteten Punkte in Gemässheit der Lage der E-Werthlinie *l l* eigenthümlich ist, so lässt sich mit dieser Grösse ganz ebenso verfahren wie mit jeder Gewichts- und Kraftgrösse.

Ist demnach die Gerade *mm* in beliebigen Punkten mit beliebigen E-Quantitäten belastet, deren jede nach der bezüglichen Maasseinheit gemessen ist, so gelten in Bezug auf die Bestimmung des Schwerpunktes oder des Mittelpunktes paralleler Kräfte, sowie in Bezug auf die Zerlegung einer gegebenen Kraft in zwei oder mehr parallele Componenten die bekannten Sätze.

§. 2.

Wie man in Bezug auf eine Werthlinie $l_1\ l_1$ (Fig. 4) jedem Punkte der Geraden *mm* einen bestimmten E_1-Werth beilegen kann, so lässt sich demselben auch in Bezug auf eine zweite Werthlinie

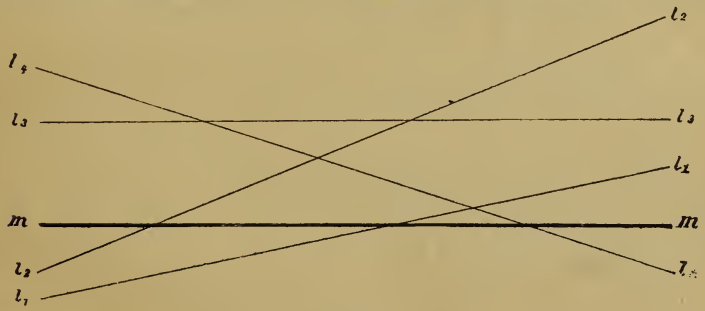

Fig. 4.

$l_2\ l_2$ ein bestimmter E_2-Werth beilegen. Dann entspricht jedem Punkte der Geraden *mm* neben einem bestimmten Werthe des beliebigen Etwas E_1, zugleich ein bestimmter Werth eines beliebigen anderen Etwas E_2, und das Verhältniss dieser beiden Werthe ist ausgedrückt durch das Verhältniss der zu diesem Punkte gehörigen Ordinaten der beiden Geraden $l_1\ l_1$ und $l_2\ l_2$.

Eine solche Combination zweier zu demselben Punkte gehörigen Werthe will ich ein Gemisch nennen und die Elemente E_1 und E_2, welche in bestimmtem Verhältnisse combinirt sind, als Mischelemente bezeichnen.

Jedem Punkte der Geraden *mm* entspricht nunmehr ein anderes Gemisch von E_1 und E_2, an welchen wir zu unterscheiden haben: erstens die Qualität oder das Mischungsverhältniss, welches gleich dem Verhältnisse der beiden, dem Punkte zugehörigen Ordinaten ist; und zweitens die Quantität oder den Werth des Gemisches, welcher bestimmt ist durch die Länge der beiden zugehörigen Ordinaten und als Maasseinheit des Gemisches bezeichnet werden soll.

An jedem gegebenen Gemische oder jeder Combination zweier quantitativ veränderlicher und unter sich qualitativ verschiedener Dinge sind erstens die relativen Mengen oder Grössen zu unterscheiden, mit welchen die beiden Veränderlichen die Combination oder das Gemisch zusammensetzen, denn hierdurch bestimmt sich die Art des Gemisches oder der Combination, und zweitens die absoluten Mengen, mit welchen die Mischelemente das Gemisch zusammensetzen, denn hierdurch bestimmt sich die Menge des Gemisches oder der Gesammtwerth der Combination.

Die Maasseinheit des zu einem Punkte der Geraden *mm* gehörigen Gemisches ist eine Zusammenfassung der demselben Punkte zukommenden Werthe oder Maasseinheiten der in dem Gemische enthaltenen Mischelemente. Sind beide Mischelemente, obwohl sie stets ungleichartige Dinge sind, in Bezug auf eine quantitative Eigenschaft, z. B. das Volumen, das Gewicht, die Länge etc. vergleichbar, so lässt sich auch die Maasseinheit des Gemisches als die Summe der Einzelwerthe der Mischelemente ausdrücken oder geometrisch darstellen. Es ist aber immer zu bedenken, dass wenn Mischelemente auch negative Werthe haben, sich ein negativer Werth des einen Mischelementes mit einem positiven des andern nicht algebraisch summiren lässt, und dass daher, um die Maasseinheit des Gemisches zu erhalten, zwar die Einzelwerthe eines und desselben Elementes algebraisch, die Einzelwerthe beider Mischelemente aber unabhängig von ihren verschiedenen Vorzeichen summirt werden müssen.

Wie wir uns zur Geraden *mm* zwei Werthlinien ($l_1\ l_1$ und $l_2\ l_2$) denken konnten, so lassen sich deren beliebig viele $l_1\ l_1$, $l_2\ l_2$, $l_3\ l_3$ . . . $l_n\ l_n$) annehmen, und wie jeder Punkt der Geraden *mm* eine Combination oder ein Gemisch zweier verschiedenen Dinge oder Mischelemente bedeuten konnte, so kann er auch ein Gemisch beliebig vieler Mischelemente (E_1, E_2, E_3 . . . E_n) bedeuten. Nach wie vor wird dann jedem Punkte der Geraden *mm* ein ganz bestimmtes, von allen übrigen qualitativ verschiedenes Gemisch entsprechen, dessen Mischungsverhältniss durch das Verhältniss der zu diesen Punkte gehörigen Ordinaten sämmtlicher Werthlinien dargestellt, und dessen Maasseinheit der Inbegriff oder die Zusammenfassung sämmtlicher zu dem bezüglichen Punkte gehörigen Werthe der

einzelnen Mischelemente ist. Diese Maasseinheit lässt sich unter den oben erwähnten Bedingungen und Vorbehalten wieder durch die Summe sämmtlicher E-Werthe ausdrücken und durch die Summe aller zu dem bezüglichen Punkte gehörigen Ordinaten darstellen.

Eine Gerade nun, auf welcher in der beschriebenen Weise jeder Punkt eine bestimmte Quantität (Maasseinheit) eines bestimmten Gemisches aus einer gegebenen Zahl von Mischelementen bedeutet, und auf welcher, wie auf der Geraden *mm* (Fig. 4) alle diese verschiedenen Gemische in gesetzmässiger Weise nach ihren Mischungsverhältnissen und ihren Maasseinheiten angeordnet sind, möge eine Mischlinie heissen.

Zu jeder solchen Mischlinie gehören also ebensoviel Werthlinien, als Mischelemente in den Gemischen enthalten sind, und durch die relative Lage dieser Werthlinien zu den Mischlinien wird die Art der Anordnung der verschiedenen Gemische auf der Mischlinie, also das Mischungsverhältniss und die Maasseinheit bestimmt, welche jedem einzelnen Punkte zukommen.

Im Sinne der Geometrie der Lage wäre jede solche Mischlinie als ein lineares Punktsystem oder als eine Punktreihe zu bezeichnen.

§. 3.

Aus dem im §. 1 Gesagten ergeben sich für die Mischlinie unmittelbar folgende Sätze:

Sind für zwei beliebige Punkte einer Mischlinie erstens das Mischungsverhältniss der zugehörigen Mischelemente, d. h. also kurz das Gemisch, und zweitens die Maasseinheit bestimmt, so sind auch für alle übrigen Punkte der Mischlinie die Gemische (Mischungsverhältnisse) und die Maasseinheiten bestimmt und daher durch Construction oder Rechnung zu finden.

Sind für zwei beliebige (der Mischlinie zugehörige) Gemische die Maasseinheiten und die Punkte auf der Mischlinie bestimmt, so sind auch für alle übrigen Gemische derselben Mischlinie die Maasseinheiten und die Punkte auf der Mischlinie bestimmt.

§. 4.

Auf einer Mischlinie gibt es für jedes Mischelement einen Nullpunkt, d. i. der Punkt, in welchem die Werthlinie eben dieses Mischelementes die Mischlinie schneidet. Dieser Nullpunkt liegt (doppelt) in der Unendlichkeit, wenn die Werthlinie des Mischelementes der Mischlinie parallel ist.

Zwei oder mehrere Mischelemente, welchen auf der Mischlinie derselbe Nullpunkt entspricht, deren Werthlinien sich also in der Mischlinie selbst durchschneiden, haben in allen auf der Mischlinie vertretenen Gemischen ein constantes Werthverhältniss zu einander, sind gleichsam in diesem Verhältnisse fest aneinander gebunden und können daher zusammen als ein einfaches Mischelement betrachtet werden. Hiernach gilt der Satz, dass im Allgemeinen jedem Punkte einer Mischlinie ein anderes Gemisch aus sämmtlichen der Mischlinie zugehörigen Mischelementen entspricht, und dass im besonderen Falle eines Nullpunktes nur je ein Mischelement in dem zugehörigen Gemische fehlen kann.

§. 5.

Von der unendlichen Menge verschiedener Gemische, welche sich aus einer gegebenen Anzahl von Mischelementen bilden lassen, ist auf einer Mischlinie nur ein unendlich kleiner Theil vertreten; es sei denn, dass der Mischlinie nur zwei Werthlinien entsprechen, die Gemische also binär sind und die Mischlinie eine nur zweiwerthige ist. In diesem besonderen Falle enthält die Mischlinie die Hälfte aller denkbaren Gemische der beiden Mischelemente.

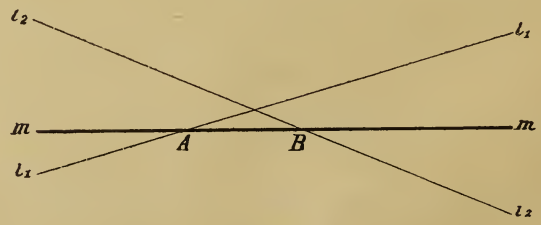

Fig. 5.

So sind z. B. auf der Mischlinie *mm* der Fig. 5 nur enthalten: auf der Strecke AB alle denkbaren Gemische der positiven Werthe der beiden Mischelemente, auf den Strecken von A einerseits und von B anderseits bis in's Unendliche je ein bestimmter Theil der Mischungen aus einem positiven Werthe des einen und einem negativen Werthe des andern Mischelementes.

Jeder zweiwerthigen Mischlinie entspricht eine zweite, zur ersten gleichsam complementäre Mischlinie, welche die andere Hälfte der denkbaren Gemische enthält. So stellt Fig. 6 die zur

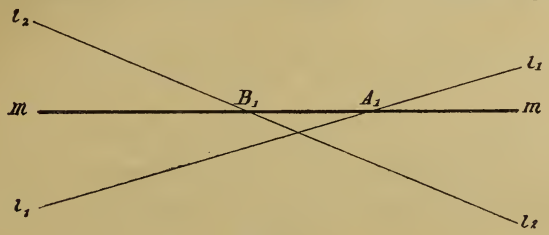

Fig. 6.

Mischlinie der Fig. 5 complementäre Mischlinie dar. Man sieht ohne Weiteres, dass dieselbe alle diejenigen Gemische enthalten muss, welche auf der ersten Mischlinie fehlen.

Wenn im besonderen Falle eine der beiden Werthlinien einer zweiwerthigen Mischlinie zur letzteren parallel ist und auf der positiven Seite der letzteren liegt — ein Fall, der in Hinblick auf spätere Erörterungen von Interesse ist — so enthält, wie Fig. 7 zeigt, die Mischlinie sämmtliche denkbare Gemische aus einem positiven Werthe des einen Mischelementes (E_2) und einem positiven oder negativen Werthe des andern Mischelementes (E_1). Die complementäre Mischlinie, welche in Fig. 8 dargestellt ist, enthält dann alle denkbaren Gemische aus einem negativen Werthe von E_2 mit einem positiven oder negativen Werthe von E_1.

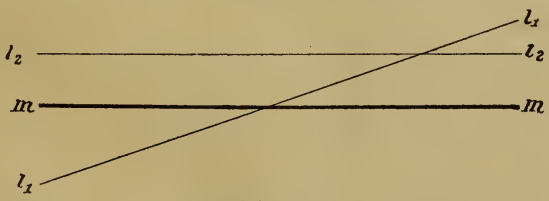

Fig. 7.

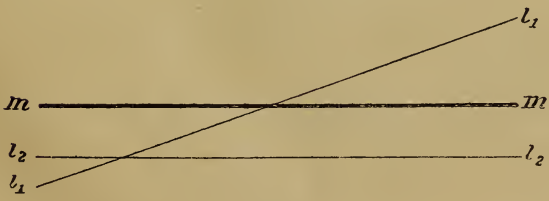

Fig. 8.

Ebenso, wie jeder nur zweiwerthigen Mischlinie, entspricht auch jeder drei- oder mehrwerthigen eine complementäre Mischlinie, aber beide zusammen können stets nur einen unendlich kleinen Theil aller jener Gemische enthalten, welche aus drei oder mehr Mischelementen erzeugbar sind. Zwei Mischlinien, die zu einander complementär sind, können als ein Mischlinienpaar bezeichnet werden.

Jede Mischlinie ist an sich unbegrenzt, d. h. sie erstreckt sich beiderseits in's Unendliche. Wenn aber die gegebenen Mischelemente nur positiven Werth haben können, so kommt nur derjenige Theil der Mischlinie in Betracht, innerhalb dessen sämmtliche Mischelemente positive Werthe haben. Im Folgenden findet nur der besondere Fall Anwendung, wo dieser Theil beiderseits endlich begrenzt ist. Ist letzteres bei einer zweiwerthigen Mischlinie der Fall, so enthält die (durch die beiden Nullpunkte begrenzte) Strecke (A B Fig. 5) alle denkbaren Gemische aus positiven Werthen der zwei Mischelemente.

§. 6.

Denkt man sich zwei beliebige, auf einer Mischlinie liegende Gemische (A und B) in einem beliebigen Mengenverhältnisse wieder mit einander gemischt, so erhält man stets ein Gemisch (C), welches bereits auf der Mischlinie vertreten ist und auf derselben zwischen den beiden Gemischen (A und B) gelegen ist.

Verhält sich die Zahl der zur Bildung des Gemisches C verwendeten Maasseinheiten des Gemisches A zur Zahl der verwendeten Maasseinheiten des Gemisches B, wie a : b, und theilen wir in demselben Verhältniss die zwischen den Gemischen A und B auf der Mischlinie liegende Strecke c so, dass die Theilstrecke a dem Gemische B, die Theilstrecke b dem Gemische A angrenzt, so ist der Theilpunkt der Ort des Gemisches C.

Es seien $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$ die in einer Maasseinheit des zu A gehörigen Gemisches enthaltenen Maasseinheiten der Mischelemente $E_1, E_2, \ldots E_n$, und $\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_n$ die in einer Maasseinheit des zu B gehörigen Gemisches, endlich $\gamma_1\ \gamma_2 \ldots \gamma_n$ die in einer Maasseinheit des zu C gehörigen Gemisches enthaltenen Maasseinheiten derselben Mischelemente, so folgt aus Gleichung (1) §. 1, dass

$$\begin{aligned} \gamma_1\ (a+b) &= a\,\alpha_1 + b\,\beta_1 \\ \gamma_2\ (a+b) &= a\,\alpha_2 + b\,\beta_2 \\ &\vdots \\ \gamma_n\ (a+b) &= a\,\alpha_n + b\,\beta_n \end{aligned}$$

$$(a+b)(\gamma_1+\gamma_2 \ldots +\gamma_n) = a(\alpha_1+\alpha_2 \ldots +\alpha_n) + b(\beta_1+\beta_2 \ldots +\beta_n) \quad (2.)$$

Dies besagt also, dass (a + b) Maasseinheiten des Gemisches C (d. i. des Gemisches aus $\gamma_1, \gamma_2 \ldots \gamma_n$), gleich sind einer Mischung aus a Maasseinheiten des Gemisches A (aus $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$) mit b Maasseinheiten des Gemisches B (aus $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n$).

Die Maasseinheit $(\gamma_1 + \gamma_2 \ldots + \gamma_n)$ des Gemisches C aber ergibt sich aus der Gleichung

$$\gamma_1 + \gamma_2 \ldots + \gamma_n = \frac{a\,(\alpha_1 + \alpha_2 \ldots + \alpha_n) + b\,(\beta_1 + \beta_2 \ldots + \beta_n)}{a + b}$$

Im Falle sich unter den Werthen $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_n$ oder $\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_n$ negative Werthe der Mischelemente befinden, so werden dann auch unter den Werthen $\gamma_1, \gamma_2 \ldots \gamma_n$ negative Werthe sein können, und gilt von diesen, wie überhaupt in Betreff der eventuellen Summirung der Elementenwerthe das in §. 2. Gesagte.

§. 7.

Die Gesammtheit aller aus einer gegebenen Zahl (n) von Mischelementen möglichen Gemische nennen wir ein vollständiges n-werthiges Gemischsystem. Sind aus einem solchen Systeme zwei beliebige Gemische gegeben, weisen wir denselben auf einer Geraden zwei beliebige Punkte an und wählen wir für jedes der beiden Gemische eine beliebige Maasseinheit, so ist (nach §. 1) diese Gerade als eine Mischlinie bestimmt, und es entspricht nun jedem einzelnen Punkte derselben ein anderes bestimmtes Gemisch des bezüglichen Gemischsystems, welches Gemisch durch Construction oder Rechnung zu finden ist.

Die Gesammtheit aller auf dieser Mischlinie liegenden Gemische ist nur die eine Hälfte sämmtlicher Gemische des bezüglichen Mischlinienpaares. Ueberdies enthält, wie schon gesagt wurde, ein solches Mischlinienpaar im Allgemeinen nur einen unendlich kleinen Theil sämmtlicher Gemische des n-werthigen Systemes. Nur in dem besonderen Falle, wo das System zweiwerthig ist, enthält die aus den beiden gegebenen Gemischen construirte Mischlinie die Hälfte aller Gemische des Systems.

Da, wie gesagt, die Wahl der Orte für die beiden gegebenen Gemische auf der Geraden und die Wahl der beiden Maasseinheiten frei steht, durch diese Orte und Maasseinheiten aber die Anordnung der übrigen Gemische auf der Mischlinie bestimmt wird, so ist die Zahl der verschiedenen Mischlinien, welche man mit Hilfe derselben zwei gegebenen Gemische bilden kann, eine unendlich grosse. Es besteht aber zwischen allen diesen Mischlinien ein gesetzmässiger Zusammenhang.

Dieser Zusammenhang liegt darin, dass alle diese Mischlinien oder Punktreihen sich durch Projection aus einander ableiten lassen, d. h. zu einander projectivisch sind. Ist eine Mischlinie nur zweiwerthig, so hat sie vier ausgezeichnete Punkte, nämlich zwei Nullpunkte und zwei Punkte, für welche die beiden Mischelemente (unabhängig vom Vorzeichen) gleich grossen Werth, d. h. eine gleich grosse Maasseinheit haben. Diese vier Punkte stellen vier harmonische Punkte der Reihe dar, und durch drei von ihnen ist die ganze Mischlinie bestimmt. Entsprechen der Mischlinie mehr als zwei Mischelemente, so gehören zu jedem einzelnen der möglichen Paare der Mischelemente vier solche Hauptpunkte.

§. 8.

Unter einem „gegebenen“ Gemisch haben wir bis jetzt ein solches verstanden, in welchem uns das Mischungsverhältniss sämmtlicher darin enthaltenen Mischelemente bekannt ist. Aber auch wenn dies nicht der Fall ist, können wir zusammengehörige Gemische auf einer Mischlinie anordnen, sofern wir nur die verschiedenen Qualitäten und Quantitäten der einzelnen Gemische irgendwie zu unterscheiden und verschiedene Quantitäten eines und desselben Gemisches messend zu vergleichen vermögen. Sind dann für zwei Gemische die Maasseinheiten und die Orte auf der Mischlinie bestimmt, so kann für jedes weitere, derselben Mischlinie zugehörige Gemisch Ort und Maasseinheit gefunden werden.

Angenommen, es seien die Orte der Gemische A und B auf der Mischlinie und ihre Maasseinheiten α und β willkürlich bestimmt, und es soll für ein drittes, derselben Mischlinie angehöriges Gemisch C der Ort gefunden werden, so kann derselbe innerhalb oder ausserhalb der Strecke A B liegen. Ersternfalls muss sich nach §. 6 durch Mischung einer bestimmten Quantität a des Gemisches A mit einer bestimmten Quantität b des Gemisches B ein Gemisch herstellen lassen, welches einer bestimmten Quantität c des Gemisches C in jeder Beziehung gleich ist. Ist uns die Herstellung dieses Gemisches gelungen, so ist uns damit die Gemisch-Gleichung

$$(a + b)\ \gamma = a\alpha + b\beta$$

gegeben, worin α, β und γ die Maasseinheiten der drei Gemische A, B und C bedeuten. Aus dieser Gleichung berechnet sich die Maasseinheit γ von C.

Den Ort für das Gemisch C aber finden wir nach §. 6, wenn wir die zwischen A und B gelegene Strecke der Mischlinie im Ver-

hältniss a : b derart theilen, dass die dem Gliede a des Verhältnisses entsprechende Theilstrecke dem Punkte B, die dem Gliede b entsprechende aber dem Punkte A anliegt.

Hat aber das Gemisch C, dessen Ort und Maasseinheit zu bestimmen ist, seinen Ort ausserhalb der Strecke AB, so kann dieser Ort diesseits A oder jenseits B gelegen sein. Ersternfalls werden wir durch Mischung einer bestimmten Quantität c des Gemisches C mit einer bestimmten Quantität b des Gemisches B ein Gemisch herstellen können, welches einer bestimmten Quantität a des Gemisches A in jeder Beziehung gleich ist. Damit ist uns die Gemisch-Gleichung

$$c\gamma + b\beta = (c + b)\,\alpha$$

gegeben, woraus sich die Maasseinheit γ berechnet. Den Ort von C aber finden wir, wenn wir in der Richtung von B nach A über A hinaus eine Strecke abtragen, welche sich zur Strecke BA verhält, wie b : c. Der Endpunkt der abgetragenen Strecke ist der Ort von C.

Analoges gilt, wenn das Gemisch C seinen Ort jenseits B hat.

Wenn also jede bestimmte Quantität eines bestimmten Gemisches für uns ein anderes Kennzeichen hat, als jede beliebige andere Quantität desselben Gemisches oder jede beliebige Quantität irgend eines anderen der Mischlinie angehörigen Gemisches, so wäre, theoretisch genommen, die Herstellung der eben besprochenen Gemisch-Gleichungen möglich. Zur wirklichen Ausführung aber ist noch nöthig, dass bei einer stetigen Aenderung der Quantität oder des Mischungsverhältnisses der Gemische auch die Kennzeichen derselben sich stetig ändern. Denn wenn wir durch Mischung zweier Gemische A und B ein Gemisch herstellen sollen, welches einem dritten Gemisch C nach Qualität und Quantität gleich ist, so müssen wir aus der Veränderung des Kennzeichens, welche eintritt, so oft wir das Mischungsverhältniss zwischen A und B oder die Quantität des dadurch entstandenen Gemisches ändern, erkennen können, ob wir uns der angestrebten Gleichheit mit dem Gemische C nähern oder von ihr entfernen. Anderenfalls könnten wir die richtige Mischung von A und B entweder nur zufällig finden oder müssten unendlich oft probiren, um sie zu finden.

Endlich ist unmittelbar ersichtlich, dass die Genauigkeit der Bestimmung des Ortes und der Maasseinheit für die einzelnen Gemische abhängig ist von der Feinheit unseres Unterscheidungsvermögens für die Kennzeichen der Gemische.

§. 9.

Sind uns die beliebigen Gemische A, B, C gegeben, und stellt sich heraus, dass sich durch passende Mischung von zweien derselben ein Gemisch herstellen lässt, welches einer bestimmten

Quantität des dritten ganz gleich erscheint, so gehören alle drei einer und derselben Mischlinie an, woraus wir dann zu schliessen haben, dass alle drei Gemische dieselben Mischelemente enthalten. Ueber die Zahl der in den Gemischen enthaltenen Mischelemente bekommen wir hieraus keinerlei Aufschluss. Diese Zahl kann ebensowohl nur zwei, als eine beliebig andere sein. Ebensowenig erfahren wir über das Mischungsverhältniss der Mischelemente in den einzelnen Gemischen, wenn uns dasselbe nicht für zwei derselben von vornherein gegeben ist.

Wenn sich mit je drei beliebigen aus einer gegebenen Anzahl von Gemischen stets eine Gemisch-Gleichung bilden lässt, so gehören sämmtliche Gemische einem und demselben Mischlinienpaare an.

Ist uns ein vollständiges Gemischsystem gegeben, und gilt von je drei beliebigen Gemischen desselben das eben Gesagte, so ist das System ein zweiwerthiges, weil ein Mischlinienpaar nur dann alle Gemische eines Gemischsystems enthalten kann, wenn letzteres nur zweiwerthig ist.

II. Die Mischebene.

§. 10.

Wie früher auf der Geraden *mm*, so möge jetzt auf der Ebene *M* jeder Punkt einen bestimmten, durch die ihm entsprechende Ordinate einer unbegrenzt gedachten zweiten Ebene *E* ausgedrückten Werth eines beliebigen Etwas (E) bedeuten. Die Ebene *E* soll die Ebene der E-Werthe oder die Werthebene für E heissen.

Die Ebene *E* schneidet die Ebene *M* in einer Geraden, deren sämmtliche Punkte den E-Werth Null haben, und welche daher die Nulllinie der E-Werthe heissen soll. Diese Linie theilt die Ebene *M* derart, dass einerseits sämmtliche positive, anderseits sämmtliche negative E-Werthe zu liegen kommen.

Alle Punkte der Ebene *M*, welche auf einer zur Nulllinie parallelen Geraden liegen, haben denselben E-Werth, und jede solche Gerade möge deshalb als eine Linie gleicher E-Werthe bezeichnet werden. Ist im besonderen Falle die Ebene der E-Werthe der Ebene *M* parallel, so haben alle Punkte der letzteren denselben E-Werth, und liegt die Nulllinie in der Unendlichkeit.

§. 11.

Denken wir uns zur Ebene M, statt nur einer, beliebig viele Werthebenen E_1, E_2, E_3 . . . E_n, so kann jeder Punkt der Ebene M ein Gemisch aus ebensoviel Mischelementen E_1, E_2, E_3 . . . E_n bedeuten, wobei wieder das gegenseitige Verhältniss der, einem bestimmten Punkte entsprechenden Ordinaten sämmtlicher Werthebenen das Mischungsverhältniss, und die Gesammtheit aller durch die Grösse dieser Ordinaten ausgedrückten E-Werthe die Maasseinheit des bezüglichen Gemisches darstellt. Jedem Mischelemente entspricht auf der Ebene M eine Nulllinie und eine Schaar von Linien gleicher Werthe dieses Mischelementes, welche sämmtlich der Nulllinie parallel sind.

Eine solche Ebene nun, auf welcher jeder einzelne Punkt eine bestimmte Quantität (Maasseinheit) eines bestimmten Gemisches aus einer bestimmten Zahl von Mischelementen bedeutet, möge eine Mischebene heissen.

§. 12.

Zwei Mischelemente, welchen auf der Mischebene dieselbe Nulllinie entspricht, deren Werthebenen sich also in einer auf der Mischebene liegenden Geraden durchschneiden, haben in allen auf der Mischebene vertretenen Gemischen ein constantes Werthverhältniss zu einander, sind gleichsam in diesem Verhältniss fest aneinander gebunden und können daher wie ein einfaches Mischelement behandelt werden.

Sonach entspricht im Allgemeinen jedem Punkte der Mischebene ein anderes Gemisch aus sämmtlichen der Mischebene zugehörigen Mischelementen d. h. aus n Elementen, wenn n Werthebenen gegeben sind. Nur auf jeder Nulllinie enthalten sämmtliche, den einzelnen Punkten derselben entsprechende Gemische ein Mischelement weniger (d. h. n—1), und in einem Punkte, wo zwei oder mehr Nulllinien sich schneiden, zwei oder mehr Mischelemente weniger.

§. 13.

Jede in der Mischebene liegende Gerade ist eine Mischlinie. Denken wir uns durch eine solche eine zur Mischebene senkrechte Ebene gelegt, so schneidet die letztere sämmtliche zur Mischebene gehörige Werthebenen in Geraden, welche die zu dieser Mischlinie gehörigen Werthlinien der einzelnen Mischelemente sind.

§. 14.

Sind für drei beliebige, jedoch nicht in einer Geraden liegende Punkte einer Mischebene die zugehörigen Gemische (d. h. das Mischungsverhältniss der Mischelemente) und ihre Maasseinheiten bestimmt, so sind damit auch für alle andern Punkte der Mischebene die Gemische und deren Maasseinheiten, und umgekehrt für alle der Mischebene zugehörigen Gemische die Orte und die Maasseinheiten bestimmt.

§. 15.

Jede zwei Werthebenen schneiden sich in einer Geraden. Die durch diese Gerade bestimmte, zur Mischebene senkrechte Ebene schneidet die letztere in einer Geraden, auf welcher für je einen beliebigen Punkt die Werthe der beiden entsprechenden Mischelemente gleich gross sind. Diese Gerade geht zugleich durch den Punkt, in welchem sich die Nulllinien dieser beiden Mischelemente durchschneiden.

Der Fall, dass die Durchschnittslinie zweier Werthebenen in der Mischebene selbst liegt, oder zwei Werthebenen mit der Mischebene parallel sind, kann entsprechend der in §. 12 gegebenen Erwägung als ausgeschlossen betrachtet werden.

§. 16.

Jede Mischebene enthält im Allgemeinen nur einen unendlich kleinen Theil aller jener Gemische, welche aus der gegebenen Zahl von Mischelementen denkbar sind. Nur in dem besonderen Falle, wo die Mischebene nur eine dreiwerthige ist, enthält sie die Hälfte aller denkbaren Gemische aus den drei Mischelementen.

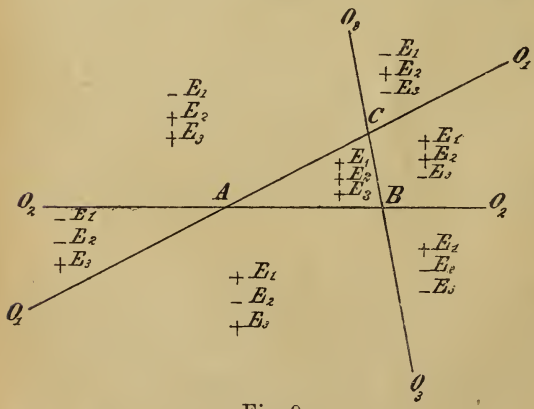

Fig. 9.

Wären z. B. die drei Geraden der Fig. 9 die Nulllinien der drei Mischelemente E_1, E_2, E_3, und lägen die positiven Werthe derselben je auf derjenigen Seite der Nulllinie, auf welcher sich das Dreieck A B C befindet, so würde dieses Dreieck alle Gemische ent-

halten, welche zwischen positiven Werthen der drei Mischelemente denkbar sind. Jedes der sechs übrigen, durch die Nulllinien begrenzten und sich bis in's Unendliche erstreckenden Felder der Mischebene aber würde nur einen Theil derjenigen Gemische enthalten, deren Zusammensetzung aus positiven Werthen zweier Mischelemente und einem negativen Werthe des dritten, oder negativen Werthen zweier Mischelemente und einem positiven Werthe des dritten in der Figur entsprechend angedeutet ist.

Jeder dreiwerthigen Mischebene entspricht eine zweite, zu der ersten complementäre Mischebene, welche die andere Hälfte der aus drei Mischelementen möglichen Gemische enthält, wie dies Fig. 10 anschaulich macht. Zwei zu einander complementäre Mischebenen bilden ein Mischebenenpaar.

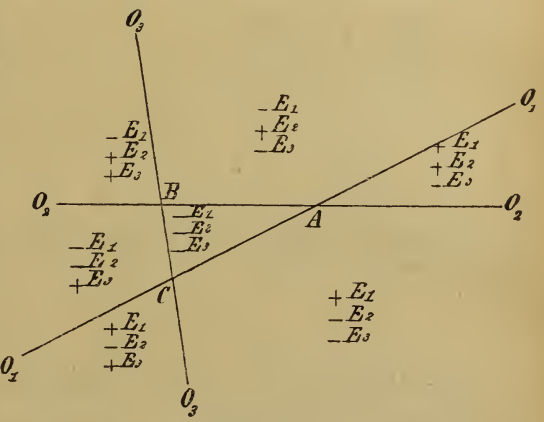

Fig. 10.

Entsprechen der Mischebene mehr als drei Mischelemente, so enthält dieselbe wie gesagt nur einen unendlich kleinen Theil aller aus diesen Elementen möglichen Gemische. Auch einer solchen Mischebene entspricht eine zweite, welche in gewissem Sinne das Complement der ersten ist. Doch ist dies für das Folgende ohne weiteres Interesse.

Einer der Fälle, in welchen eine der drei Werthebenen einer dreiwerthigen Mischebene der letzteren parallel ist und auf der positiven Seite der Mischebene liegt, stellt Fig. 11 dar, in welcher die beiden Geraden die Nulllinien der Mischelemente E_1 und E_2 bedeuten und die dritte Werthebene oberhalb der Ebene der Figur und mit dieser Ebene parallel zu denken ist. Auf einer solchen Mischebene sind alle Gemische enthalten, welche zwischen einem Mischelemente E_3, das nur positive Werthe hat, mit zwei Mischelementen E_1 und E_2, welche positive und negative Werthe haben, überhaupt möglich sind. Dieser Fall wird später besondere Anwendung

finden. Die zu einer solchen Mischebene complementäre Mischebene stellt Fig. 12 dar. Dieselbe enthält alle möglichen Gemische aus

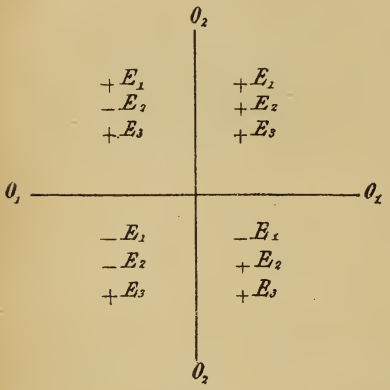

Fig. 11.

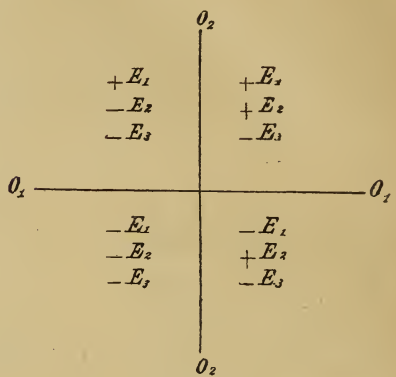

Fig. 12.

einem negativen Werthe von E_3 und den positiven und negativen Werthen von E_1 und E_2.

§. 17.

Jede Mischebene ist an sich unbegrenzt, d. h. sie erstreckt sich allerseits in's Unendliche. Wenn aber die gegebenen Mischelemente nur positive Werthe haben können, so kommt nur derjenige Theil der Mischebene in Betracht, innerhalb dessen sämmtliche Mischelemente positive Werthe haben. Für das Folgende interessirt uns nur der Fall, wo dieser Theil der Mischebene allseitig endlich begrenzt ist. Dies tritt z. B. ein, wenn sämmtliche 3, 4, 5 . . . n Nulllinien ein 3-, 4-, 5- . . . n-Eck einschliessen, welches in Bezug auf jede Nulllinie auf der positiven Seite der letzteren liegt. Dies n-Eck ist also auf einer dreiwerthigen Mischebene ein Dreieck, welcher Fall in Fig. 9 dargestellt ist.

Dieses Dreieck enthält alle denkbaren Gemische aus positiven Werthen der drei Mischelemente.

Ist die Mischebene mehrwerthig, und der von sämmtlichen Nulllinien begrenzte Theil, auf dem nur Gemische aus positiven Werthen der Mischelemente liegen, ein Polygon, so enthält dieses Polygon stets nur einen unendlich kleinen Theil aller aus den positiven Werthen der Mischelemente möglichen Gemische.

§. 18.

Denkt man sich drei beliebige auf einer Mischebene, jedoch nicht in einer Geraden liegende Gemische (A, B, C) in einem beliebigen Mengenverhältnisse wieder mit einander gemischt, so erhält man stets ein Gemisch (D), welches bereits auf der Mischebene vertreten und zwar innerhalb des von den Orten der Gemische A, B, C gebildeten Dreiecks gelegen ist. Dies folgt aus §. 6.

§. 19.

Sind uns aus einem n-werthigen Gemischsysteme drei beliebige Gemische gegeben, welche jedoch nicht derart sind, dass sich aus zweien derselben ein dem dritten gleiches Gemisch herstellen lässt, weisen wir diesen Gemischen drei beliebige Punkte auf einer Ebene an und wählen für jedes der drei Gemische eine beliebige Maasseinheit, so ist die Ebene als eine Mischebene bestimmt, und es entspricht nun jedem Punkte derselben ein anderes bestimmtes Gemisch des bezüglichen Gemischsystems, welches Gemisch durch Construction oder Rechnung zu finden ist.

Die Gesammtheit aller auf dieser Mischebene liegenden Gemische stellt die eine Hälfte der Gemische eines Mischebenenpaares dar, und dieses Paar enthält im Allgemeinen nur einen unendlich kleinen Theil sämmtlicher Gemische des n-werthigen Gemischsystems. Nur in dem besonderen Falle, wo letzteres nur dreiwerthig ist, enthält die auf Grund der drei gegebenen Gemische gebildete Mischebene die Hälfte aller Gemische des ganzen Systems.

Da die Wahl der Orte und der Maasseinheiten für die drei gegebenen Gemische ganz frei steht, so lassen sich mittels der letzteren unendlich viele Mischebenen construiren, zwischen welchen jedoch eine gesetzmässige Beziehung besteht.

Jede dieser Mischebenen stellt nämlich ein ebenes Punktsystem dar, und alle diese ebenen Systeme sind zu einander projectivisch.

§. 20.

Unter einem gegebenen Gemische verstanden wir im Vorhergehenden ein solches, dessen Mischungsverhältniss uns bekannt ist. Aber auch wenn die Mischungsverhältnisse unbekannt sind, lassen sich Gemische auf einer Mischebene ordnen, sofern für diese Gemische das in §. 8 Gesagte gilt.

Angenommen, es seien für drei Gemische A, B, C die Orte auf der Mischebene und ihre Maasseinheiten bestimmt, und es soll für ein viertes derselben Mischebene angehöriges Gemisch D der Ort auf der Mischebene und die Maasseinheit gefunden werden, so kann dieser Ort entweder innerhalb oder ausserhalb des von den Punkten A, B, C eingeschlossenen Dreieckes liegen.

Ersterenfalls lässt sich (nach §. 8) durch Mischung von zweien von den gegebenen drei Gemischen z. B. von B und C (Fig. 13) ein neues Gemisch E bilden, welches wieder mit dem dritten gegebenen Gemisch A in passendem Verhältniss gemischt ein Gemisch geben muss, das dem vierten gegebenen Gemische D ganz gleich ist. Die Orte und Maasseinheiten der Gemische E und D lassen sich ebenfalls nach §. 8 finden. Kurz gesagt, man kann durch Mischung der drei Gemische A, B, C in passendem Verhältniss ihrer Mengen ein Gemisch herstellen, welches einer bestimmten Menge des vierten Gemisches D ganz gleich ist, so dass wir die Gemischgleichung

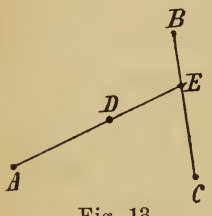

Fig. 13.

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = d\delta$$

erhalten, worin a, b, c, d die Zahlen der zur Herstellung der Gleichung verwandten Maasseinheiten (α, β, γ, δ) der Gemische A, B, C, D bedeuten. Der Ort von D wird (nach §. 1) gefunden, wenn wir die drei Punkte A, B, C der als schwerlos gedachten Mischebene mit drei Gewichten belastet denken, die sich wie a : b : c verhalten, und den Schwerpunkt der so belasteten Ebene suchen. Die Maasseinheit δ aber ergibt sich aus der Gleichung

$$\delta = \frac{a\alpha + b\beta + c\gamma}{d}$$

Liegt der zu bestimmende Ort des vierten Gemisches D ausserhalb des Dreiecks A, B, C, so muss sich durch Mischung von zweien der drei Gemische A, B, C, z. B. von A und B (Fig. 14) ein Gemisch E bilden lassen, welches auch durch Mischung der Gemische C und D herstellbar ist. Wir werden also einerseits die Gemische A und B, anderseits die Gemische C und D in solchen Verhältnissen mischen, dass wir die Gemischgleichung

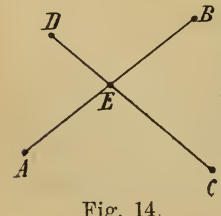

Fig. 14.

$$a\alpha + b\beta = c\gamma + d\delta$$

erhalten. Denken wir A und B mit Gewichten belastet, die sich verhalten wie a : b, so ist der Schwerpunkt der so belasteten durch A und B bestimmten Mischlinie der Ort des Gemisches E. Derselbe Ort E ist der Schwerpunkt der durch C und D bestimmten Mischlinie, wenn wir uns dieselbe in C und D mit Gewichten belastet denken, die sich verhalten wie c : d, woraus sich der Ort für D ergibt. Die Maasseinheit des Gemisches D aber finden wir aus der Gleichung

$$\delta = \frac{a\alpha + b\beta - c\gamma}{d}$$

Die Genauigkeit, mit welcher sich der Ort und die Maasseinheit des vierten Gemisches D auf diese Weise bestimmen lässt, wird ebenso wie in dem §. 8 besprochenen Falle abhängig sein von der Feinheit unseres Unterscheidungsvermögens für die Kennzeichen der Qualitäten und Quantitäten der Gemische.

§. 21.

Sind uns vier Gemische gegeben, die nicht einer und derselben Mischlinie angehören, was sich nach der in §. 9 beschriebenen Weise feststellen lässt, und kann man aus diesen vier Gemischen eine Gemischgleichung herstellen (entweder derart, dass sich aus dreien von ihnen ein Gemisch bilden lässt, welches dem vierten gleich ist, oder derart, dass sich aus zweien ein Gemisch bilden lässt, welches auch durch Mischung der beiden anderen erzeugbar ist), so gehören die gegebenen vier Gemische einer und derselben Mischebene an, woraus wir schliessen können, dass alle vier Gemische dieselben Mischelemente enthalten. Ueber die Zahl der Mischelemente, aus welchen diese Gemische gebildet sind, und über die Mischungsverhältnisse erhalten wir jedoch hieraus keinerlei Aufschluss.

Wenn sich mit je vier beliebigen aus einer gegebenen Anzahl von Gemischen stets eine Gemischgleichung (entweder nach der Form $a\alpha + b\beta + c\gamma = d\delta$ oder nach der Form $a\alpha + b\beta = c\gamma + d\delta$) bilden lässt, so gehören sämmtliche gegebenen Gemische einem und demselben Mischebenpaare an.

Ist uns ein vollständiges Gemischsystem gegeben, und gilt von je vier beliebigen Gemischen desselben das eben Gesagte,

so ist das System ein dreiwerthiges, weil ein Mischebenenpaar nur dann alle Gemische eines Gemischsystems enthalten kann, wenn das letztere nur dreiwerthig ist.

§. 22.

Wie die Mischlinie zur Mischebene, so verhält sich die Mischebene zum Mischraume. In einem solchen entspricht jedem Punkte ein zum mindesten vierwerthiges Gemisch, welches für jeden Punkt des Mischraumes bestimmt ist, wenn für vier nicht in einer Ebene liegende Punkte die zugehörigen Gemische gegeben sind. Jede in einem Mischraume liegende Ebene ist eine Mischebene. Zu jedem Mischraume gehört ein complementärer Mischraum. Ist ein Mischraum mehr als vierwerthig, so gehört er einem vierdimensionalen Mischgebilde an, welches zum mindesten fünfwerthig ist und unendlich viele Mischräume in sich schliesst u. s. f.

III. Richtungen und Kräfte als Gemische betrachtet.

§. 23.

Alles, was sich in eine Anzahl von Componenten zerlegt denken lässt, kann als ein Gemisch auch dann angesehen werden, wenn es an sich als etwas Einfaches erscheint. So ist z. B. die Richtung OR einer gegebenen Geraden Fig. 15 begrifflich genommen etwas Einfaches. Wenn wir aber diese Richtung in Beziehung bringen zu zwei anderen Richtungen z. B. OO_1 und OO_2, so lässt sie sich als etwas Zusammengesetztes auffassen. Offenbar nämlich ist sie der Richtung OO_1 verwandter oder ähnlicher als der Richtung OO_2, sie enthält vom Wesen der ersten mehr als vom Wesen der zweiten, insofern sie mehr nach rechts geht als nach oben, und wenn wir die Richtungen OO_1 und OO_2 als einfache oder Hauptrichtungen nehmen, so können wir die Richtung OR als eine gemischte Richtung oder als ein Richtungsgemisch bezeichnen, weil in demselben Verhältnisse, in welchem uns die Richtung OR der Richtung OO_1 näher verwandt erscheint als der Richtung OO_2, auch mehr vom Wesen der ersteren in ihr enthalten ist als vom Wesen der letzteren.

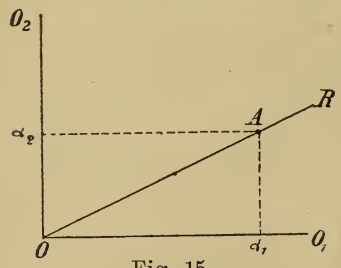

Fig. 15.

Wir vergleichen die Richtung oder Lage der Geraden OR mit den Richtungen oder Lagen von OO_1 und OO_2, indem wir den Abstand ihrer einzelnen Punkte (z. B. A) von OO_1 einerseits und von OO_2 anderseits vergleichen. Je grösser z. B. der Abstand $A\alpha_2$ im Vergleich zum Abstande $A\alpha_1$, um so mehr entfernt sich der Charakter der Richtung OR von dem der Richtung OO_2 und nähert sich dem der Richtung OO_1; oder wenn wir statt jener Abstände die Projectionen der Strecke OA auf die beiden Hauptrichtungen einführen, so können wir sagen: je grösser die Projection $O\alpha_1$ im Vergleich zu $O\alpha_2$, um so mehr enthält das Richtungsgemisch OR vom Wesen der Hauptrichtung OO_1 und um so weniger vom Wesen der Hauptrichtung OO_2. Mit anderen Worten, das Verhältniss dieser beiden Projectionen entspricht dem Verhältnisse, in welchem die beiden Hauptrichtungen in der Richtung OR gemischt erscheinen. Somit lässt sich die Lage oder Richtung jeder vom Punkte O ausgehenden Geraden (jedes Halbstrahles) auffassen als ein zweiwerthiges Richtungsgemisch, und jeder Punkt einer solchen Geraden als ein durch seinen Abstand vom Punkte O dargestellter Werth dieses Gemisches. Die Hauptrichtungen OO_1 und OO_2 sind die beiden Mischelemente. Den negativen Werthen derselben entsprechen die entgegengesetzt gerichteten Strahlen (Halbstrahlen).

Da jeder bestimmte Werth des Richtungsgemisches OR (Fig. 16) z. B. OA sich aus den beiden entsprechenden Werthen $O\alpha_1$ und $O\alpha_2$ der beiden Hauptrichtungen (als der Mischelemente) zusammensetzt, so ist OA, als Gemisch genommen, gleich $O\alpha_1 + O\alpha_2$; ebenso ist $OB = O\beta_1 + O\beta_2$. Endlich ist auch in dem Parallelogramme OACB die Diagonale $OC = OA + OB$, weil $O\gamma_1 = O\alpha_1 + O\beta_1$ und $O\gamma_2 = O\alpha_2 + O\beta_2$.

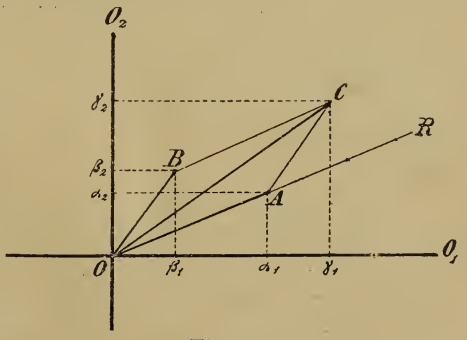

Fig. 16.

Wird durch ein (ebenes) Strahlbüschel (Fig. 17) eine nicht durch den Mittelpunkt desselben gehende Gerade *mm* gelegt, so lässt sich dieselbe als eine Mischlinie betrachten, wenn wir zwei beliebige, zu einander rechtwinklige Strahlen des Büschels (OO_1

und OO_2) als die einfachen oder Hauptrichtungen, alle übrige Strahlen aber als Richtungsgemische auffassen. Jedem Punkte dieser Mischlinie entspricht ein ganz bestimmtes Richtungsgemisch. Die Punkte O_1 und O_2 sind die Nullpunkte der beiden Werthlinien $l_1\,l_1$ und $l_2\,l_2$, deren Lage zur Mischlinie dadurch bestimmt ist, dass die beiden zu einem beliebigen Punkte (A) der Mischlinie gehörigen Ordinaten ($A\alpha_1$ und $A\alpha_2$) der Werthlinien gleich sind den Projectionen der Strecke OA auf die beiden Hauptrichtungen. Da somit diese beiden Projectionen ($O\alpha_1$ und $O\alpha_2$) den zum Punkte A gehörigen Maasseinheiten der beiden Mischelemente gleich sind, und der Abstand des Punktes A vom Mittelpunkte O des Strahlbüschels als ein Gemisch aus $O\alpha_1$ und $O\alpha_2$ anzusehen und gleich $O\alpha_1 + O\alpha_2$ zu setzen ist (s. o.), so stellt die Strecke OA zugleich die Maasseinheit des dem Punkte A entsprechenden Richtungsgemisches dar. Sonach ist ganz allgemein der Abstand eines beliebigen Punktes der Mischlinie *mm* vom Mittelpunkte des zugehörigen Strahlbüschels zugleich die Maasseinheit des jenem Punkte entsprechenden Richtungsgemisches, d. h. des durch diesen Punkt gehenden Halbstrahles.

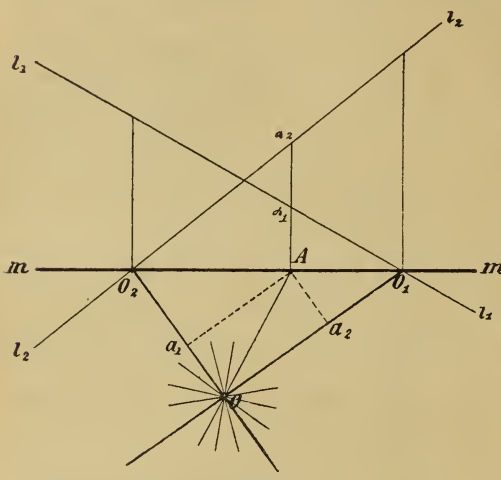

Fig. 17.

Alle in diesem § für die Ebene angestellten Betrachtungen lassen sich auch für den Raum anstellen, wenn man, statt nur zweier, drei zu einander rechtwinklige einfache oder Hauptrichtungen annimmt. Jede durch ein (räumliches) Strahlbündel gelegte Ebene, welche nicht durch dessen Mittelpunkt geht, lässt sich als eine dreiwerthige Mischebene auffassen, in welcher jeder Punkt ein bestimmtes dreiwerthiges Richtungsgemisch d. h. einen bestimmten Halbstrahl des Strahlbündels bedeutet.

In der Geometrie der Lage entspricht jedem Punkte eines linearen oder ebenen Punktsystems ein ganzer, aus zwei Halbstrahlen zusammengesetzter

Strahl. Fasst man aber ein lineares oder ebenes Punktsystem im hier entwickelten Sinne als eine zweiwerthige Mischlinie, beziehungsweise dreiwerthige Mischebene auf, so entspricht der ersteren nur ein halbes Strahlbüschel und der letzteren nur ein halbes Strahlbündel, weil zu jedem Punkte der Mischlinie oder Mischebene nur ein Halbstrahl gehört. Dagegen entspricht jedem Mischlinienpaare ein ganzes Strahlbüschel, jedem Mischebenenpaare ein ganzes Strahlbündel.

§. 24.

Da sich eine Kraft durch eine aus ihrem Angriffspunkte in entsprechender Richtung abgetragene Strecke ausdrücken und für die Ebene in zwei, für den Raum in drei zu einander rechtwinklige Componenten zerlegt denken lässt, so kann jeder Punkt einer Mischlinie oder Mischebene auch eine bestimmte Kraftrichtung (ein Gemisch aus zwei, beziehungsweise drei angenommenen einfachen oder Grundkräften) bedeuten. Sind für zwei Punkte einer Mischlinie (*mm*, Fig. 18) die zugehörigen Kraftrichtungen (Kraftgemische)

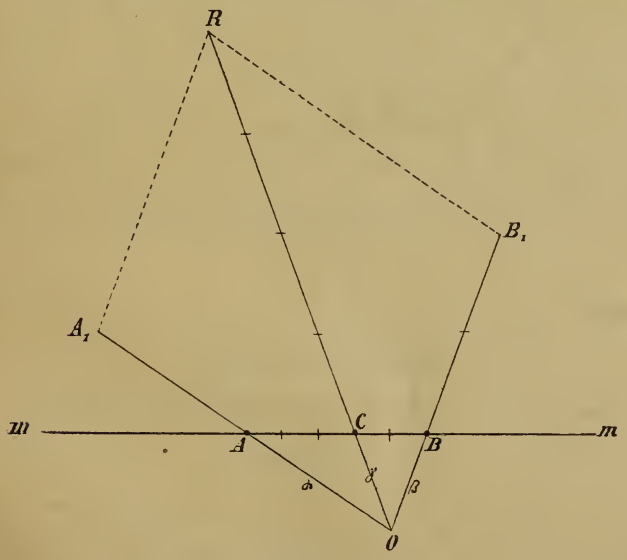

Fig. 18.

gegeben, so gilt dasselbe auch für alle übrigen Punkte. Denn in dem Punkte O, wo die den beiden beliebigen Punkten A und B entsprechenden Kraftrichtungen sich schneiden, müssen sich auch alle übrigen der Mischlinie zugehörigen Kraftrichtungen schneiden.

Wirken nun z. B. auf den Punkt O Kräfte (Kraftgemische), welche den Punkten A und B der Mischlinie entsprechen, drücken wir die Grösse jeder Kraft aus durch die Zahl (a, b) seiner Maasseinheiten (α, β), denken uns ferner die Punkte A und B mit Gewichten belastet, welche sich verhalten wie a : b, und bestimmen den Schwerpunkt C der so belasteten Mischlinie, so stellt das dem Punkte C zugehörige Kraftgemisch das aus der Mischung der beiden Kraftgemische (A und B) entstandene (resultirende) Kraftgemisch, und die Strecke $OC = \gamma$ seine Maasseinheit dar. Wäre z. B. $a = 2$ $b = 3$, so wäre, wie dies Fig. 18 veranschaulicht,

$$2\alpha + 3\beta = 5\gamma$$
$$\text{oder } OA_1 + OB_1 = OR$$

Oder bilden die Punkte A und B der als starr und schwerlos gedachten Mischlinie die Angriffspunkte zweier Kräfte, deren Richtungen den zu A und B gehörigen Kraftrichtungen entsprechen, und denken wir uns A und B mit Gewichten belastet, die sich verhalten wie die beiden, nach den ihnen zukommenden Maasseinheiten gemessenen Kräfte, so ist der Schwerpunkt C der so belastet gedachten Geraden der Angriffspunkt der resultirenden Kraft, und der Abstand OC die Maasseinheit dieser Resultirenden.

Eine analoge Betrachtung lässt sich für die im Raume wirkenden Kräfte anstellen, wenn man drei nicht in einer Ebene liegende, zu einander rechtwinklige Hauptrichtungen annimmt.

Zweiter Abschnitt.

Newton's Gesetz der Farbenmischung.

§. 25.

Die wirklichen Lichter als Urvalenzgemische.

Physikalisch sehr verschiedene Lichter können uns ganz gleiche Empfindungen geben. Dies lehrt jede Farbengleichung, deren beiden Seiten verschieden zusammengesetzte Lichter entsprechen.

Aus der Gleichheit der Empfindungen, welche von zwei objectiv verschiedenen Lichtern erzeugt sind, können wir auf die physiologische Gleichwerthigkeit der letzteren schliessen. Zwei solche

Lichter stellen für die Netzhaut denselben Reiz dar und sind also für sie trotz physikalischer Verschiedenheit ein und dasselbe.

Zu den unendlich vielen Fällen, in welchen physikalisch verschiedenes Licht physiologisch gleichwerthig ist, gehören auch diejenigen, in welchen ein aus zwei homogenen Lichtern A und B bestehendes Mischlicht einem aus zwei andern homogenen Lichtern C und D gebildeten Mischlichte ganz gleich erscheint, und wir also die Farbengleichung $A + B = C + D$ bilden können.

Mischt man z. B. einerseits homogenes rothes Licht mit blauem, anderseits violettes Licht mit gelbem, so lässt sich zwischen beiden Mischlichtern eine Gleichung herstellen. Aus der Gleichheit der Empfindung folgt nun auch Gleichheit des physiologischen Reizwerthes beider Mischlichter, welchen Reizwerth wir als optische Valenz (V) bezeichnen wollen. Diese Gleichheit der optischen Valenzen der beiden Mischlichter trotz der durchgängigen Verschiedenheit der Valenzen der vier einzelnen homogenen Lichter wird verständlich, wenn wir uns die optische Valenz jedes der vier homogenen Lichter nicht als eine einfache Valenz, sondern selbst schon als in irgend einer Weise aus mehreren Elementen oder Urvalenzen v_1, v_2, v_3 . . . v_n zusammengesetzt oder in dieselben zerlegbar denken. Dann können diese Urvalenzen zwar in jedem der vier Lichter in ganz verschiedenem Verhältnisse ihrer Werthe, doch aber in den beiden Mischlichtern mit beiderseits ganz gleichen Werthen enthalten sein.

Bezeichnen wir den Werth, mit welchem die Urvalenz v_1 in je einem der gegebenen vier Lichter A, B, C, D enthalten ist, mit a_1, b_1, c_1, d_1, so wird diese Urvalenz in den beiden Mischlichtern (A + B und C + D) gleichen Werth haben, wenn

$$(a_1 + b_1)\ v_1 = (c_1 + d_1)\ v_1.$$

Ebenso wird die Grösse der Urvalenz v_2 in jedem der beiden gleich aussehenden Mischlichter dieselbe sein, wenn, analoge Bezeichnung angenommen,

$$(a_2 + b_2)\ v_2 = (c_2 + d_2)\ v_2$$

ist. Somit erscheint als Bedingung des gleichen Aussehens der beiden Mischlichter, dass

$$\begin{aligned}(a_1 + b_1)\ v_1 &= (c_1 + d_1)\ v_1\\ (a_2 + b_2)\ v_2 &= (c_2 + d_2)\ v_2\\ &\vdots\\ (a_n + b_n)\ v_n &= (c_n + d_n)\ v_n\end{aligned}$$

Der Gesammtheit der linkseitigen Werthe entspricht das Mischlicht A + B, der Gesammtheit der rechtseitigen das Mischlicht C + D, und wenn diese Gesammtheit beiderseits gleich ist, so ist die optische Valenz V beider Lichter aus gleichen Werthen der einzelnen Urvalenzen zusammengesetzt und daher beiderseits dieselbe.

Wenn also auch das homogene Licht selbst als physikalisch einfach anzusehen ist, so darf doch sein Reizwerth für das Sehorgan als ein irgendwie in Componenten zerlegbarer angesehen werden.

Erfahrungsgemäss lässt sich zu jedem beliebigen gemischten Lichte M (in sehr mannigfacher Weise) ein aus nur zwei homogenen Lichtern gemischtes, jenem ganz gleich erscheinendes Licht herstellen. Für eine solche Gleichung von der Form M = A + B kann man in ganz derselben Weise wie oben zeigen, dass auch hier die Gleichheit der Empfindung nur verständlich wird, wenn die optische Valenz des Lichtes M aus ganz denselben Urvalenzwerthen besteht, wie das Licht A + B, beide Lichter also identische Urvalenzgemische darstellen.

So kommen wir zu der ganz allgemeinen Folgerung, dass die optische Valenz jedes Lichtes (des homogenen wie des zusammengesetzten) als aus einer unbekannten Anzahl von Urvalenzen zusammengesetzt oder in dieselben zerlegbar gedacht werden kann, oder dass jedes Licht, in physiologischer Beziehung, als ein Urvalenzgemisch aufzufassen ist. Diese Auffassung ist ebenso wenig eine willkürliche als die Auffassung, nach welcher eine Kraft in beliebig viele Componenten zerlegbar gedacht wird, und sie ergibt sich mit Nothwendigkeit aus der Thatsache, dass objectiv verschiedene Lichter dieselbe Empfindung erzeugen können, sofern man nur den Satz gelten lässt, dass gleichen Empfindungen gleiche physiologische Vorgänge (Erregungen) im nervösen Sehorgan entsprechen.

§. 26.

Von den optischen Valenzen.

Optische Valenz eines objectiven Lichtes nennen wir sein Vermögen, in der Netzhaut eine bestimmte Art der Veränderung mit einer bestimmten Kraft anzuregen. Ein solches Vermögen kann

sich allerdings nur dann äussern, wenn eine Netzhaut vorhanden ist, auf welche die Lichtstrahlen wirken können, aber es besteht als ein Vermögen dieser Lichtstrahlen auch dann, wenn eine solche Netzhaut nicht da ist, und kann daher als eine Eigenschaft des objectiven Lichtes angesehen werden etwa in demselben Sinne, in welchem man das Vermögen eines bestimmten Lichtes, Chlorsilber zu zersetzen, als eine Eigenschaft dieses Lichtes bezeichnen kann, obwohl sich dieses Vermögen nur geltend machen kann, wenn eben Chlorsilber vorhanden ist.

Lichtstrahlen verschiedener Wellenlänge wirken trotz gleicher lebendiger Kraft in verschiedenem Maasse zersetzend auf das Chlorsilber, zeigen also in Bezug auf letzteres sozusagen ein verschieden grosses Zersetzungsvermögen. Die auf die Einheit der Energie eines bestimmten homogenen Lichtes bezogene Grösse dieses Vermögens können wir als das specifische Zersetzungsvermögen dieses homogenen Lichtes für Chlorsilber bezeichnen, gerade so wie wir das auf die Einheit des Volumens bezogene Gewicht eines Stoffes sein specifisches Gewicht nennen. Und ebenso, wie das absolute oder wirkliche Gewicht eines gegebenen Körpers das Product ist aus seinem Volumen und seinem specifischen Gewichte, gerade so ist das auf Chlorsilber bezogene Zersetzungsvermögen eines gegebenen Lichtes von bestimmter Wellenlänge das Product aus seiner Energie und seinem specifischen Zersetzungsvermögen.

In analoger Weise kann jede der einzelnen Urvalenzen (v_1, v_2, v_3 . . . v_n), aus welchen wir uns die optische Valenz eines homogenen Lichtes zusammengesetzt denken, den verschiedenen homogenen Lichtern bei gleicher Energie derselben in verschiedenem Maasse zukommen, d. h. die einzelnen homogenen Lichter besitzen verschiedene specifische v_1-Valenz, v_2-Valenz, v_3-Valenz u. s. w.

Es ist daher z. B. die wirkliche v_1-Valenz eines auf die Netzhaut wirkenden homogenen Lichtes das Product aus seiner specifischen v_1-Valenz und der Energie, mit welcher es auf der lichtempfindlichen Schichte der Netzhaut ankommt.

Da wegen der Absorption durch die in ihren einzelnen Theilen verschieden stark tingirte Macula lutea die meisten Spectrallichter, auch wenn sie vor dem Eintritte in's Auge von gleicher Energie sind, doch auf verschiedenen Stellen der empfindlichen Netzhautschichte mit verschiedener Energie ankommen, so ist die wirkliche Valenz eines und desselben Lichtes für verschiedene Netzhaut-

stellen verschieden. Und da (ganz abgesehen von den individuellen Absorptionsverschiedenheiten in den brechenden Medien) insbesondere die Macula grosse individuelle Verschiedenheiten in Bezug auf Ausbreitung und Stärke der Tinction zeigt, so ist die wirkliche Valenz eines und desselben Lichtes auch für entsprechende Stellen der Netzhäute zweier Individuen nicht nothwendig dieselbe.

Zwei Lichter, deren wirkliche Urvalenzen dasselbe Verhältniss untereinander und zugleich dieselbe absolute Grösse haben, Lichter also, welche qualitativ und quantitativ dasselbe Urvalenzgemisch darstellen, müssen auch für die Netzhaut als ganz gleiche Reize angesehen werden.

§. 27.

Von der Constanz der optischen Valenzen.

Haben wir zwei physikalisch verschiedene Lichter, welche uns genau dieselbe Empfindung geben, also dieselbe optische Valenz besitzen und als qualitativ und quantitativ gleiche Urvalenzgemische anzusehen sind, so fragt sich nun, ob die physiologische Gleichwerthigkeit derselben für die bezügliche Netzhautstelle auch unter allen Umständen bestehen bleibt, und ob unsere im vorigen § angestellte Betrachtung auch insofern streng richtig ist, als das eine Licht jederzeit durch das andere vollständig ersetzt werden kann. Nur wenn dies der Fall ist, können wir jedes einzelne Licht als ein unveränderliches Urvalenzgemisch ansehen und jede einzelne einem bestimmten Lichte zukommende specifische Urvalenz in Bezug auf unser Auge als ein unabänderliches Vermögen dieses Lichtes betrachten.

Diese Frage ist trotz ihrer hohen Bedeutung für die ganze Lehre vom Lichtsinne nie in ihrer Allgemeinheit ein Gegenstand der Untersuchung gewesen, sondern nur gewisse Seiten der Frage sind in den letzten Jahren von v. Kries in exacter Weise geprüft worden (vergl. §§. 39 und 40).

Die vorliegende Frage lässt sich zunächst in zwei Sonderfragen zerlegen:

1. Bleibt eine Farbengleichung für die betroffene Netzhautstelle bestehen, wenn jedem der beiden Lichter je eines von zwei ebenfalls unter sich gleich erscheinenden Lichtern zugemischt wird, sei es, dass letztere nur gleich aussehen oder auch physikalisch gleich sind?

2. Gilt eine Farbengleichung für die betroffene Netzhautstelle auch dann noch, wenn letztere zuvor von einem beliebigen anderen Lichte gereizt wurde, oder wenn andere und insbesondere benachbarte Stellen derselben Netzhaut gleichzeitig von beliebigem andern Lichte gereizt werden; kurz gesagt ist das Fortbestehen der Gleichung ganz unabhängig von der jeweiligen Stimmung der bezüglichen Netzhautstelle?

Dass nicht nothwendig eine für eine bestimmte Stelle der Netzhaut hergestellte Farbengleichung auch für eine andere Stelle derselben Netzhaut oder für die analoge Stelle der Netzhaut eines Anderen gelten muss, folgt schon aus der für verschiedene Stellen der Netzhaut und für verschiedene Augen ungleichen chromatischen Absorption.

Wie in §. 36 ff. ausführlich zu erörtern sein wird, bin ich mit Hilfe einer Methode, welche in wenigen Stunden Hunderte von hierhergehörigen Einzelversuchen anzustellen gestattet, zu dem Ergebnisse gelangt, dass beide eben gestellte Fragen bejaht werden müssen, und dass wir daher zwei gleich erscheinende Lichter trotz physikalischer Verschiedenheit als für die bezügliche Netzhautstelle unter allen Umständen gleichwerthige betrachten und sie fortan mit vollem Rechte so verwenden können, als wären sie auch in physikalischer Hinsicht ganz gleich. Nehmen wir diejenigen Intensitäten zweier Lichter, bei welchen dieselben uns als gleich erschienen sind, als ihre Maasseinheiten, so können wir fortan gleiche Mengen beider Lichter als völlig gleichwerthig bei allen weiteren Mischungen für einander eintreten lassen.

Als Urvalenzgemische genommen lassen sich hiernach alle homogenen oder zusammengesetzten Lichter durchaus ebenso behandeln wie beliebige andere Gemische, und wir können mit Farbengleichungen ganz ebenso rechnen wie mit anderen Gleichungen.

§. 28.

Die Unabhängigkeit der optischen Valenzen von der Stimmung des Sehorganes.

Man darf die optische Valenz eines Lichtes nicht verwechseln mit der Veränderung oder Erregung, welche es zunächst in der lichtempfindlichen Substanz des Auges und weiterhin im nervösen Apparate des Sehorganes überhaupt hervorruft. Eine qualitativ und quantitativ bestimmte Valenz des Lichtes bedeutet nur sein Vermögen,

der lichtempfindlichen Substanz, wie sie eben in dem bezüglichen Augenblicke beschaffen ist, einen Antrieb zu einer Aenderung von bestimmter Art mit bestimmter Kraft zu geben, etwa so wie eine Kraft eine Last zur Bewegung in bestimmter Richtung mit bestimmter Kraft antreibt. Die sich wirklich ergebende Bewegung der Last ist, wie auch die wirklich erfolgende Aenderung der lichtempfindlichen Substanz, nicht bloss abhängig von der Richtung und Grösse der Kraft oder der Valenz des Lichtes, sondern hängt auch mit von der Art der Last oder der lichtempfindlichen Substanz und den Umständen ab, unter welchen sie sich befinden.

Nach welchem Gesetze die Grösse der durch ein Licht bewirkten Aenderung oder Erregung mit dem Werthe der optischen Valenz wächst, ist hier zunächst gleichgiltig, wenn nur zwei Lichter, die bei einer bestimmten physikalischen Intensität für die bezügliche Netzhautstelle äquivalent sind, dies für diese Stelle auch bei jeder anderen Intensität bleiben. Denn wenn sie dann z. B. bei beiderseits doppelter Intensität durchaus nicht eine doppelt so starke Erregung bewirken sollten, werden sie doch wieder beide eine gleich grosse Erregung bewirken. Aequivalente Lichter verhalten sich für dieselbe Netzhautstelle desselben Auges wie zwei Kräfte von gleicher Grösse und Richtung, welche nacheinander auf denselben Punkt z. B. einer Metallfeder wirken. Wie auch die Kräfte erzeugt werden, und wie die Widerstandsverhältnisse der Feder sich ändern mögen: sind nur in dem Augenblicke, wo die eine oder andere Kraft wirkt, diese Umstände dieselben und ist der Angriffspunkt derselbe, so werden sie auch beide dieselbe Gestaltveränderung der Feder bewirken.

Wir können also aus der Thatsache der Constanz der Valenzen des Lichtes zunächst nur schliessen, dass das Gesetz, nach welchem die Grösse der Erregung einer bestimmten Netzhautstelle von der Grösse der Valenz abhängt, für zwei äquivalente Lichter genau dasselbe ist, gleichviel wie dieses Gesetz selbst lautet. Wie gross oder klein die „Erregbarkeit“ des Sehorganes ist, ob es dem Antriebe, welchen es durch das bezügliche Licht empfängt, leichter oder schwerer folgt, erscheint hier gleichgiltig.

Wir mussten uns die Valenz eines Lichtes in eine Anzahl von Componenten oder Urvalenzen zerlegt denken; das Verhältniss, in welchem die einzelnen Urvalenzen in einem Lichte als einem Urvalenzgemische enthalten sind, und das der Intensität des Lichtes

proportionale Maass des Gemisches sind bestimmend für Art und Stärke des Antriebs, welchen die lichtempfindliche Substanz erhält. Wir können uns nun aber diese Substanz auch so verändert denken, dass sie durch dasselbe Urvalenzgemisch jetzt nicht nur in ein anderes Maass, sondern auch in eine andere Art der Erregung versetzt wird. Während wir soeben von quantitativen Aenderungen der Erregbarkeit sprachen, würde es sich hier um qualitative Aenderungen derselben handeln. In der That zeigt ein und dasselbe Licht bei verschiedener Stimmung der Netzhautstelle ein sehr verschiedenes Aussehen. Wenn nun, wie man angenommen hat, diese Verschiedenheit der Empfindung trotz Gleichheit des Reizes darauf beruhen würde, dass die lichtempfindende Substanz sich geändert hat und jetzt durch dasselbe Urvalenzgemisch in eine andere Art der Erregung gebracht wird als zuvor: wie wäre dies in Einklang zu bringen mit der Thatsache, dass die Aequivalenz zweier Lichter ganz unabhängig ist von der jeweiligen Stimmung der bezüglichen Netzhautstelle?

Hierauf ist zunächst zu antworten, dass es für die Gleichheit des Aussehens der beiden Lichter ganz gleichgiltig ist, wie sie im Uebrigen aussehen, und dass also die Aequivalenz der beiden Lichter gar nicht davon abhängen würde, welcher Art die von ihnen bewirkte Erregung und Empfindung ist, sondern nur davon, dass sie beide dieselbe Art der Erregung und in gleichem Maasse erzeugen. Die qualitative Aenderung der Erregbarkeit aber ist so zu denken, dass die lichtempfindliche Substanz ihre Erregbarkeit gegenüber den einzelnen Urvalenzen des Lichtes in verschiedenem Maasse geändert hat, womit die qualitative Aenderung der Erregbarkeit zurückgeführt ist auf quantitative Aenderungen der Erregbarkeit in Bezug auf die einzelnen Urvalenzen des Lichtes. Zwei Lichter also, welche dasselbe Urvalenzgemisch darstellen, werden nach wie vor dieselbe Art der Erregung bewirken können, weil die Aenderung der Erregbarkeit der lichtempfindlichen Substanz sich beiden Lichtern gegenüber in ganz derselben Weise geltend machen müsste.

So erklärt sich also, wie die Aequivalenz zweier physikalisch verschiedenen Lichter bestehen bleiben kann, auch wenn die Erregbarkeit der erregbaren Substanz sich quantitativ oder qualitativ ändert.

§. 29.

Die Unabhängigkeit der optischen Valenzen von habituellen Verschiedenheiten der Erregbarkeit verschiedener Netzhautstellen und verschiedener Augen.

Wir haben gesehen, dass die für eine bestimmte Netzhautstelle geltende Valenz eines Lichtes ganz unabhängig ist von den verschiedenen Stimmungen oder Erregbarkeitsänderungen dieser Stelle; es fragt sich nun, ob sie auch unabhängig ist von etwaigen dauernden Verschiedenheiten der einzelnen Stellen eines und desselben Sehorgans, sowie von den Verschiedenheiten der Sehorgane verschiedener Individuen.

Zunächst sind hier alle jene Verschiedenheiten auszuscheiden, welche, mögen sie verschiedene Stellen derselben Netzhaut oder verschiedene Netzhäute betreffen, lediglich durch die Besonderheiten der Lichtabsorption seitens der Macula lutea und der brechenden Medien überhaupt bedingt sind, wie ich dies in einer Abhandlung über individuelle Verschiedenheiten des Farbensinns erörtert habe.[1]) Die vorliegende Frage ist also genauer gesagt, ob ein Licht, welches nach seinem Durchgange durch die brechenden Medien und die Macula lutea in bestimmter Beschaffenheit auf der lichtempfindlichen Schichte ankommt, für alle Theile derselben Netzhaut oder für die Netzhäute verschiedener Individuen dieselbe optische Valenz hat. Der Kürze wegen will ich das Licht, wie es auf der empfindlichen Netzhautschichte ankommt, terminales Licht nennen.

Wie ich a. a. O. erörtert habe, lassen sich nach der übereinstimmenden Auffassung aller Beobachter jene Störungen,[2]) welche gewisse für die centrale Netzhaut hergestellte Farbengleichungen erleiden, wenn man sie auf excentrische Stellen überträgt, in zwangloser Weise aus dem Vorhandensein der Macula lutea und also daraus erklären, dass die beiden Lichter, welche für die centrale Netzhaut terminal gleich waren, es für die excentrische nicht mehr sind. Wir dürfen daher annehmen, dass wenn die beiden Lichter einer Gleichung auf beiden Stellen auch terminal gleich wären, die Gleichung für beide Stellen giltig bleiben würde.

[1]) Dieses Jahrbuch. Neue Folge. VI. Band. 1885.

[2]) Unter Störungen sind hier nur Störungen der Gleichheit des Aussehens beider Lichter, nicht aber auch etwaige gemeinschaftliche Aenderungen ihres Aussehens zu verstehen.

So ergibt sich der wichtige Satz, dass die für die centrale Netzhaut giltige Aequivalenz zweier Lichter auch für jede beliebige andere Stelle derselben Netzhaut gilt; dass also diese Aequivalenz unabhängig ist von der verschiedenen Erregbarkeit der verschiedenen Netzhautstellen, welche man deshalb annehmen muss, weil die meisten homogenen Lichter auf der excentrischen Netzhaut anders aussehen als auf der centralen. Die Möglichkeit jener ungestörten Aequivalenz trotz dauernd verschiedener Erregbarkeit der beiden Netzhautstellen ist auch hier dadurch gegeben, dass die Erregbarkeit in Bezug auf eine oder mehrere Urvalenzen auf den einzelnen Netzhautstellen eine quantitativ verschiedene ist. (Vergl. den vorig. §.)

Selbst wenn im besonderen Falle die Erregbarkeit in Bezug auf eine oder mehrere Urvalenzen an gewissen Netzhautstellen nur minimal oder sogar gleich Null wäre (periphere Farbenblindheit), so müssten doch zwei terminale Lichter, welche für die centrale Netzhaut äquivalent waren, dies auch für jene Stellen sein. Der Satz lässt sich jedoch nicht umkehren, denn wenn die Erregbarkeit für eine oder mehrere Urvalenzen an einer peripheren Netzhautstelle gleich Null wäre, so wäre dies so viel, als wenn die bezüglichen Urvalenzen in den bezüglichen Lichtern gar nicht vorhanden wären. Zwei Lichter also, in welchen jene Urvalenzen mit verschiedenen Werthen enthalten sind, werden auf jener Netzhautstelle gleich erscheinen müssen, sobald die übrigen Urvalenzen in beiden Lichtern dieselben Werthe haben. Auf der centralen Netzhaut aber werden dieselben Lichter ungleich erscheinen müssen, weil hier der in beiden Lichtern verschiedene Werth der erwähnten Urvalenzen sich geltend macht.

Eine für ein farbentüchtiges Auge hergestellte Farbengleichung gilt bekanntlich im Allgemeinen auch für alle anderen Augen, mag ihr Farbensinn gut oder schlecht sein. Die Ausnahmen, wie sie von Maxwell, von v. Kries und v. Frey und von mir beobachtet wurden, lassen sich, wie dies auch von allen Genannten geschehen ist, auf Verschiedenheiten der Absorptionsverhältnisse zwanglos zurückführen. Gleichungen, welche für ein farbentüchtiges Auge hergestellt sind, gelten ferner auch für Farbenblinde; die etwaigen Ausnahmen sind ganz gleicher Art, wie die eben genannten und unterliegen derselben Erklärung.

Wir dürfen daher unbedenklich den Satz aufstellen, dass die Aequivalenz zweier terminalen Lichter, welche für ein Auge gilt, auch für jedes Auge eines beliebigen Andern gilt, möge sein Farbensinn wie immer beschaffen sein.

So gewinnt der Satz von der Constanz der optischen Valenzen des Lichtes, den wir zunächst nur in Bezug auf eine und dieselbe Stelle einer bestimmten Netzhaut aufstellen konnten, allgemeine Giltigkeit für jede beliebige Stelle derselben Netzhaut und schliesslich für die Augen aller Menschen, wenn wir die terminale Beschaffenheit des in's Auge fallenden Lichtes mit berücksichtigen. Die Aenderungen oder Verschiedenheiten der Erregbarkeit des Sehorganes, sei es einer und derselben Stelle desselben zu verschiedenen Zeiten, sei es verschiedener Stellen desselben Organes, sei es verschiedener Augen überhaupt, sind auf Grund dieses Satzes zurückzuführen auf quantitative Aenderungen oder dauernde quantitative Verschiedenheiten der Erregbarkeit in Bezug auf die einzelnen Urvalenzen, in welche wir uns die optische Gesammtvalenz eines jeden Lichtes zerlegt denken müssen. Jede dieser Urvalenzen aber ist eine unveränderliche, von den Aenderungen des Sehorgans ganz unabhängige Function der Wellenlänge jedes einzelnen homogenen Lichtes, und die Gesammtvalenz jedes Lichts ist daher nach unveränderlichen Gesetzen abhängig von den Wellenlängen aller jener homogenen Lichter, aus welchen es zusammengesetzt ist.

Der Satz von der Constanz der optischen Valenzen des Lichtes ist somit ein Hauptsatz der Lehre vom Lichtsinne.

An diesem Satze scheitern, so lange er nicht widerlegt ist, alle jene Hypothesen, welche auf Grund der Young'schen Theorie die Verschiedenheiten des Farbensinns auf verschiedenen Stellen der Netzhaut und bei verschiedenen Individuen auf eine Veränderung der Form oder Lage der drei sogenannten Erregbarkeitscurven zurückzuführen suchen (Fick, Leber, Holmgren, Brücke), sofern diese Aenderungen nicht bloss in einer gleichmässigen Vergrösserung oder Verkleinerung sämmtlicher Ordinaten der Curve oder aber in einer vollständigen Coincidenz zweier Curven bestehen sollen.

§. 30.

Das Gemischsystem der Urvalenzen.

In §. 25 wurde aus der Thatsache, dass physikalisch verschieden zusammengesetzte Lichter uns die gleiche Empfindung geben, die Folgerung gezogen, dass die optische Valenz jedes Lichtes

(sei es nun in physikalischer Beziehung einfach oder zusammengesetzt) in physiologischer Beziehung als in Componenten oder Urvalenzen zerlegbar zu denken ist und daher als ein Gemisch dieser componirenden Urvalenzen aufgefasst werden kann.

In §. 27 wurde ferner gezeigt, dass mit Lichtern, als Urvalenzgemischen betrachtet, ebenso gerechnet werden kann wie mit beliebigen anderen Gemischen. Es fragt sich nun zunächst, welcher Art dieses Gemischsystem der optischen Valenzen ist.

Ist uns eine Mannigfaltigkeit von Gemischen gegeben, und lässt sich aus je drei beliebigen dieser Gemische eine Gleichung herstellen, so gehören sämmtliche gegebene Gemische demselben Mischlinienpaare an. (§. 9.) Nun lässt sich in der That für (partiell) Farbenblinde aus drei beliebigen homogenen oder zusammengesetzten Lichtern stets eine Gleichung bilden, und es müssen somit für solche Farbenblinde alle möglichen Lichter demselben Mischlinienpaare angehören und sich auf demselben derart anordnen lassen, dass jedes Licht einem bestimmten Punkte dieses Mischlinienpaares entspricht.

Thatsächlich kann man für einen Farbenblinden zwischen einem ganz beliebigen (homogenen oder zusammengesetzten) Lichte einerseits und einem passenden Gemisch von Violett und Roth (von den beiden Enden des Spectrums) eine Gleichung herstellen. Es folgt hieraus, dass sich für den Farbenblinden alle möglichen Lichter auf einer beiderseits begrenzten Strecke einer Mischlinie anordnen lassen, dass also die Gesammtheit aller möglichen Lichter für den Farbenblinden kein vollständiges Gemischsystem, sondern nur einen Theil eines solchen darstellt. Wievielwerthig dieses Gemischsystem, d. h. wie gross die Zahl der Urvalenzen ist, lässt sich aus den Mischungsversuchen nicht ableiten.

Für den Farbentüchtigen lässt sich nicht aus drei beliebigen Lichtern eine Gleichung herstellen, wohl aber aus je vier beliebigen Lichtern. Entweder kann man aus drei von diesen vier Lichtern ein Gemisch bilden, welches ganz gleich erscheint einer bestimmten Quantität des vierten Lichtes ($A + B + C = D$), oder es lässt sich aus zwei von den vier Lichtern ein Gemisch herstellen, welches ganz gleich erscheint einem bestimmten Gemisch aus den beiden andern Lichtern ($A + B = C + D$). Wenigstens ist trotz den vielen hierhergehörigen Versuchen bis jetzt kein Fall bekannt geworden, in

welchem sich nicht aus vier verschiedenen Lichtern eine Gleichung hätte bilden lassen. Hieraus folgt nach §. 21, dass für den Farbentüchtigen alle möglichen Lichter demselben Mischebenenpaare angehören.

Wie vielwerthig dieses Gemischsystem ist, lässt sich nach den blossen Mischungsversuchen nicht entscheiden, denn aus dem Gesagten geht zwar hervor, dass die Annahme von nur drei Componenten oder Urvalenzen genügen würde, um die Mischungsergebnisse zu erklären, es folgt aber daraus keineswegs, dass die Lichter als Urvalenzgemische auch in Wirklichkeit nur dreiwerthig sind.

Angenommen, das Gemischsystem, welchem alle möglichen Lichter als Urvalenzgemische angehören, wäre in Wirklichkeit z. B. ein vierwerthiges, so würde dem ganzen Systeme ein Mischraum entsprechen, in welchem jeder Punkt ein bestimmtes Gemisch bedeutet. Jede durch diesen Mischraum gelegte Ebene würde eine vierwerthige Mischebene darstellen (§. 22) und einer solchen vierwerthigen Mischebene würden dann sämmtliche wirkliche Lichter angehören können. Alle wirklichen Lichter würden dann als Urvalenzgemische nur ein unendlich kleiner Theil der Gesammtheit jener Gemische sein, welche durch Mischung der vier Urvalenzen theoretisch möglich wären.

Wir werden allerdings später sehen, dass die den verschiedenen Lichtern entsprechenden Empfindungen zu erschliessen gestatten, wievielwerthig die Lichter als Urvalenzgemische sind, und dass die Urvalenzen, in welche man sich den Reizwerth edes Lichtes zerlegt denken kann, in gewissem Sinne aufzeigbar sind.

§. 31.

Die Anordnung der homogenen Lichter auf der Mischebene.

Da wie gesagt alle verschiedenen homogenen Lichter dieselben Urvalenzen, nur in verschiedenem Mischungsverhältniss enthalten müssen, so können durch Mischung zweier oder mehrerer homogenen Lichter auch wieder nur Lichter gebildet werden, welche dieselben Urvalenzen enthalten, daher denn ein und dasselbe Urvalenzgemisch auf unendlich vielfache Weise durch Mischung der verschiedenen homogenen Lichter erzeugt werden kann. Es fragt sich nun, ob die Gesammtheit aller möglichen homogenen und zusammengesetzten Lichter sich auf einer Mischebene unterbringen lässt, oder nur auf einem Mischebenenpaar.

Da alle zusammengesetzten Lichter durch Mischung von homogenen Lichtern entstehen, so genügt es, die eben gestellte Frage für die homogenen Lichter zu beantworten.

Nehmen wir vier beliebige homogene Lichter, A, B, C, D, so lässt sich aus diesen stets (vergl. §. 25) eine Gleichung von der Form A + B = C + D herstellen[1]). Wählen wir für drei derselben (A, B, C), welche wir die drei Wahllichter nennen wollen, und welche, jedoch aus rein praktischen Gründen, im Spectrum nicht allzu benachbart sein sollen, drei beliebige Punkte (A, B, C) auf einer Ebene und drei beliebige Maasseinheiten α, β, γ (etwa die benützten Spaltbreiten), so erhalten wir z. B. das Dreieck A, B, C (Fig. 19). Der Punkt M_1 entspricht dann ebensowohl dem Mischlichte A + B als dem Mischlichte C + D, und da für A, B, C die Orte und die Maasseinheiten gegeben sind, so ergibt sich nach der Schwerpunktconstruction der Ort D und die Maasseinheit δ für das Licht D. Wählen wir nun ein fünftes homogenes Licht E, so lässt sich aus ihm und drei beliebigen Lichtern aus der Zahl der schon gegebenen, z. B. aus C, B und D, wieder eine Gleichung derart bilden, dass zwei dieser Lichter in bestimmter Weise gemischt einer bestimmten Quantität eines bestimmten Gemisches aus den beiden andern ganz gleich erscheint. Erhalten wir sonach die Gleichung B + C = D + E, so entspricht dem Punkte M_2 ebensowohl das Mischlicht B + C als das Mischlicht D + E, und da die Orte und Maasseinheiten für B, C und D schon bestimmt sind, so ergibt sich nach der Schwerpunktconstruction der Ort E und die Maasseinheit ε für das Licht E.

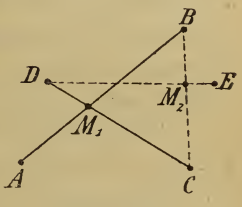

Fig. 19.

Bestimme ich in dieser Weise die Curve der homogenen Lichter, so stellt sich heraus, dass die Gesammtheit ihrer Orte auf der Mischebene eine nicht geschlossene Curve darstellt, deren eines, den längstwelligen Lichtern entsprechende Endstück geradlinig ausläuft. Ueber das andere Endstück der Curve vermag ich etwas Bestimmtes noch nicht auszusagen, weil die kurzwelligen Lichter der benützten Lichtquellen nicht die nöthige Intensität hatten. Die Curve zeigt, aus dem Innern des von den drei Wahllichtern gebildeten Dreiecks betrachtet, nirgends eine Einbiegung oder Convexität.

Für Prof. Biedermann erstreckt sich der geradlinige Theil der Curve weiter nach dem Grün hin als für mich. J. J. Müller gibt

[1]) Der Fall, dass ein homogenes Licht in der Gleichung den Werth Null annimmt, ist hier mit eingeschlossen.

an, dass er aus Roth und Grün von der Gegend der Linie b alle zwischenliegenden Spectralfarben ohne Sättigungsunterschied mischen konnte, ebenso aus Violett und Grünblau aus der Gegend der Linie F. Dementsprechend würde die Curve der homogenen Lichter in zwei relativ lange geradlinige Schenkel auslaufen. v. Kries und v. Frey meinen auf Grund ihrer Versuche, dass sich aus Roth von der Linie C und Grün von der Linie E alle zwischenliegenden Spectralfarben ohne Sättigungsunterschied mischen lassen, während die Mischlichter aus zwei Lichtern der kurzwelligen Hälfte des Spectrums ihnen minder gesättigt erschienen als das Spectrallicht von gleichem Farbentone.

Bei allen solchen Mischungsversuchen ist zu bedenken, dass geringe Sättigungsunterschiede zwischen dem homogenen Lichte und dem aus zwei homogenen Lichtern gebildeten Mischlichte sich der Beobachtung um so leichter entziehen, je kleiner die beiden Farbenfelder sind und je länger man sie betrachtet. Wenige Secunden reichen hin, geringe Sättigungsunterschiede der beiden Farbenfelder zum Verschwinden zu bringen. Da ich dies nirgends besonders betont finde, so scheint es, dass man weniger Gewicht darauf gelegt hat, als nothwendig ist. Man muss also, nachdem man eine Gleichung eingestellt hat, das Auge einige Zeit ausruhen lassen und dann nochmals prüfen. Auf solche Weise findet man dann oft merkliche Sättigungsunterschiede da, wo sie anfangs gar nicht bemerkbar waren.

Von wesentlichem Einflusse sind ferner die grossen individuellen Verschiedenheiten, welche sich in Betreff des Verhältnisses der Stärke der farbigen Empfindung zur Stärke der weissen Empfindung bei verschiedenen Personen finden. Endlich ist zu bedenken, dass wir, wie schon Aubert [1]) fand, „bei den geringsten Differenzen zweier Farben, selbst unter den günstigsten Umständen, wenn die beiden Farben unmittelbar neben einander sich befinden, Farbenintensität, Farbenton und Farbennüancen nicht zu unterscheiden im Stande sind."

Da es somit mancherlei Anlass dazu gibt, dass Sättigungsdifferenzen nicht wahrgenommen werden, wo sie vorhanden sind, weil sie eben unter den gegebenen Verhältnissen unmerklich werden, so spricht die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Beobachtungen derjenigen der Wahrheit näher kommen, welche Sättigungsunterschiede da sahen, wo Andere sie nicht bemerken konnten. Es muss sogar

[1]) Physiologie der Netzhaut S. 153.

dahingestellt bleiben, ob nicht die Angabe von Helmholtz, dass ein Gemisch aus zwei einander nicht allzubenachbarten Spectrallichtern stets minder gesättigt sei, als das Spectrallicht gleichen Farbentons, nicht doch vielleicht der richtigste Ausdruck für die Gesammtheit der hierhergehörigen Mischungsergebnisse ist.

Die Gestalt der Curve, welche die Gesammtheit der Orte der homogenen Lichter auf der Mischebene darstellt, ist verschieden je nach der Wahl der Orte und Maasseinheiten für die drei Wahllichter. Man kann also auf Grund ganz derselben Versuchsergebnisse unzählig viele unter sich verschiedene Curven der homogenen Lichter construiren. Alle aber lassen sich durch Projection in einander überführen.

Da aus dem Gesagten hervorgeht, dass alle möglichen Lichter als Urvalenzgemische nicht einmal eine Mischebene füllen, so kann die Gesammtheit dieser Gemische, selbst wenn sie nur dreiwerthig wären, kein vollständiges Gemischsystem darstellen.

Wenn man für die drei Wahllichter solche Maasseinheiten wählt, welche von den Helligkeitsverhältnissen des Spectrums abhängig sind, z. B. die Breite des Collimatorspaltes, der das zu den Mischungsversuchen benützte Spectrum erzeugt, so werden die Maasseinheiten von der zufälligen Vertheilung der Intensitäten im Spectrum abhängig, und man erhält bei jeder andern Dispersion und bei jeder andern Lichtquelle andere Maasseinheiten und eine andere Curve der homogenen Lichter. Auf das innere Gesetz der Curve aber könnte dies keinen Einfluss haben.

Man könnte auch daran denken, als Maasseinheiten für die drei Wahllichter solche zu wählen, welche gleicher lebendiger Kraft der drei Lichter entsprechen. Aber auch wenn dies durchführbar wäre, so würden doch die Maasseinheiten von den individuell sehr verschiedenen Verhältnissen der chromatischen Absorption in der Macula und in der Linse abhängig bleiben.

Die Curve der homogenen Lichter würde also für verschiedene Personen eine verschiedene Gestalt annehmen. Das innere Gesetz derselben aber würde auch hierdurch nicht geändert werden können.

Die zweckentsprechende Wahl der Maasseinheiten für die drei Wahllichter kann sich nur aus theoretischen Gesichtspunkten ergeben, die hier noch nicht zu erörtern sind.

Die Fluorescenz der Augenmedien und der Netzhaut wirkt insofern wie eine blosse chromatische Absorption, als sie das zur empfindlichen Netzhautschichte gelangende Licht ärmer macht an jenen Strahlen, welche die Fluorescenz bewirken. Anderseits werden dadurch die brechenden Medien und die Netzhaut in ähnlicher Weise etwas selbstleuchtend wie durch das unregelmässig in ihnen zerstreute Licht. Wesentlicher ist vielleicht der Umstand, dass das von den Strahlen eines Aussendings in der Netzhaut erzeugte Fluorescenzlicht vorwiegend auf die Stelle wirken würde, auf welcher das Bild dieses Aussendings liegt. Dies müsste, gleichviel, ob das Fluorescenzlicht weiss oder farbig ist, für das bilderzeugende Licht eine etwas andere Valenz bedingen, als dasselbe ohne die Zumischung des Fluorescenzlichtes der betroffenen Netzhautstelle haben würde. Alle diese Nebenumstände entziehen sich vorerst der Berechnung und werden hier nur erwähnt, damit man nicht die Genauigkeit überschätze, welche auf diesem Gebiete erreicht werden kann.

Bisher liegt in der Literatur nur eine einzige Bestimmung der Curve der homogenen Lichter vor, welche unmittelbar auf spectralen Farbengleichungen beruht, nämlich die von Maxwell mitgetheilte.[1]) Die Ergebnisse seiner Versuche weichen sehr erheblich von denen ab, welche Helmholtz, J. J. Müller,[2]) v. Kries und v. Frey[3]) erhalten haben. Die von den eben Genannten entworfenen Curven der homogenen Lichter gründen sich jedoch nur zum Theil auf Mischungsversuche, zum andern Theile auf gewisse theoretische Voraussetzungen. Dies hier zu erörtern liegt nicht im Plane dieser Abhandlung.

§. 32.

Die Valenztafel der wirklichen Lichter.

Denken wir uns eine Curve der homogenen Lichter in der beschriebenen Weise auf der Mischebene festgestellt und ihre beiden, dem äussersten noch verwendbaren Roth und Violett des Spectrums entsprechenden Endpunkte durch eine Gerade verbunden, so erhalten wir eine in sich geschlossene Linie oder Figur, welche die Orte aller durch wirkliche Lichter vertretenen Urvalenzgemische einschliesst und welche die Valenztafel der wirklichen Lichter oder kurz die wirkliche Valenztafel im Gegensatze zu den verschiedenen später zu besprechenden theoretischen Valenztafeln darstellt. Die Figur der ersteren hängt wie gesagt von der Wahl der Orte und Maasseinheiten für die drei Wahllichter ab. Projicirt man die Figur aus einem Punkte auf eine andere, zur Ebene der

---

[1]) Philosoph. Transact. Vol. 150. 1860 p. 57.

[2]) Arch. f. Opththalm. XV. Bd. 1869. Abth. II. S. 208.

[3]) v. Kries, die Gesichtsempfindungen. Leipzig 1882. S. 9.

Figur beliebig geneigte Ebene, so erhält man eine andere Figur als wirkliche Valenztafel, wie sie sich ergeben haben würde, wenn man entsprechend andere Orte oder Maasseinheiten für die drei Wahllichter angenommen hätte.

Es ist nicht nothwendig, homogene Lichter als Wahllichter zu nehmen, wenn man die wirkliche Valenztafel construiren will. Jede drei Mischlichter, unter denen sich auch ein weiss aussehendes befinden darf, sind theoretisch genommen dazu brauchbar, wenn sich nur nicht aus zweien von ihnen ein dem dritten gleiches Gemisch herstellen lässt. Aus praktischen Gründen wählt man allerdings gern drei Lichter, welche möglichst gesättigte Farben geben, und deren Töne im Farbenzirkel möglichst weit auseinander liegen.

Hat man eine Anzahl farbiger Papiere, die man nach ihren optischen Valenzen auf einer Ebene ordnen möchte, so wählt man zweckmässig ein Blau (z. B. Ultramarin), ein Roth (z. B. Fuchsin) und ein Grün (z. B. Arsenikgrün) als Wahllichter für den Farbenkreisel. Als Weiss nehme ich ein mit Baryt weiss belegtes Papier, weil es nicht vergilbt. Alle Papiere müssen matt sein, oder es muss wenigstens dafür gesorgt sein, dass sie, senkrecht zur Ebene des Kreisels betrachtet, nicht glänzen. Die Ergebnisse der Mischungsversuche können natürlich nur insoweit genau sein, als die Beleuchtung constant ist.

Es ist zweckmässig, die Untersuchung der Papiere dadurch zu ergänzen, dass man mittels eines dazu eingerichteten Spectralapparates auch noch Gleichungen herstellt zwischen einem jeden Pigmente und einem Gemisch aus einem homogenen Lichte und dem Mischlichte des benutzten weissen Papieres. Ist der Ort für das bezügliche Pigmentlicht auf der Mischebene schon bestimmt, so bezeichnet eine aus dem Orte des Weiss durch den Ort des Pigmentlichtes gezogene Gerade die Richtung, in welcher das für die Gleichung benutzte homogene Licht auf der Mischebene liegen muss, und man kann zu jeder solchen Geraden die Wellenlänge des bezüglichen homogenen Lichtes notiren. Der Ort des homogenen Lichtes auf der Geraden lässt sich auf diese Weise freilich nicht aus der Gleichung selbst bestimmen. Dies ist jedoch auf einem kleinen Umwege ebenfalls möglich.

Insoweit also zwei an verschiedenen Orten oder zu verschiedenen Zeiten arbeitende Beobachter, deren Augen dieselbe chromatische Absorption zeigen, eine qualitativ gleiche Beleuchtung der farbigen

Papiere herzustellen vermögen, können sie, wenn sie sich über die Wahl der Orte und Maasseinheiten für drei bestimmte Wahllichter (Pigmente) verständigt haben, auch zu übereinstimmenden Ergebnissen über die Anordnung anderweiter Pigmentfarben auf der Mischebene gelangen. Ja es lässt sich sogar die optische Valenz eines beliebigen farbigen Glases oder Papieres eindeutig für Beide bestimmen, wenn sie über qualitativ dieselbe Beleuchtung verfügen.

Tageslicht ist verschieden zusammengesetzt, je nachdem der Himmel rein oder bewölkt ist, je nachdem man es von diesem oder jenem Theile des Himmels nimmt, je nach der Tageszeit u. s. f. Lampenlicht, Gaslicht, electrisches Licht zeigen wieder andere Zusammensetzungen. Alle diese verschiedenen Lichter stellen also verschiedene Mischungen aus den homogenen Lichtern und folglich auch verschiedene Urvalenzgemische dar. Hätte man für jeden Punkt der Curve der homogenen Lichter die Maasseinheit festgestellt, und denkt man sich jeden Punkt der Curve der homogenen Lichter mit derjenigen Zahl der Maasseinheiten belastet, mit welcher das entsprechende homogene Licht in dem gegebenen Mischlichte M z. B. dem Tageslichte vertreten ist, so wird der Schwerpunkt *m* der so belasteten Curve dem Orte des Mischlichtes auf der Mischebene entsprechen. Durch diesen Punkt lassen sich beliebig viele Geraden legen, welche die Curve der homogenen Lichter in zwei Punkten schneiden. Die homogenen Lichter, welche den beiden Schnittpunkten einer solchen Geraden entsprechen, hat man complementäre Lichter genannt, weil sich durch passende Mischung solcher zwei homogenen Lichter ein Urvalenzgemisch bilden lässt, welches identisch ist mit dem im Mischlicht M selbst gegebenen.

Man hat sich gewöhnt, als das Mischlicht M das Sonnenlicht, Wolkenlicht oder das von weiss erscheinenden Gegenständen zerstreute Himmelslicht zu wählen, obwohl es bald dieses, bald jenes Urvalenzgemisch darstellt, und obwohl ein solches Mischlicht wegen der verschiedenen chromatischen Absorption für die empfindliche Netzhautschicht verschiedener Augen durchaus nicht dasselbe Gemisch ist.

Allerdings erscheint das Mischlicht, welches die allgemeine Beleuchtung bewirkt, meistens weiss, wie auch jedes Licht, das anfangs in einer wenig gesättigten Farbe erscheint, wenn es länger auf das Auge wirkt, schliesslich weiss wird. Aber die zufällige Empfindung, welche ein Licht gibt, darf nicht ohne Weiteres zur

Bezeichnung des Urvalenzgemisches gebraucht werden, welches in diesem Lichte gegeben ist. Denn dieses Urvalenzgemisch ist in Bezug auf das gegebene Auge unveränderlich, während die von diesem Lichte erzeugte Empfindung mit von der Stimmung des betreffenden Sehorganes abhängt.

Wenn man also in der oben erwähnten Weise zwei homogene Lichter deshalb complementär nennen will, weil sich aus ihnen das Urvalenzgemisch herstellen lässt, welches dem eben weiss erscheinenden Mischlichte M entspricht, so darf man nie vergessen, dass jene beiden Lichter nur in Bezug auf dieses Mischlicht als complementär bezeichnet werden dürfen.

§. 33.

Grassmann's Ableitung des Newton'schen Gesetzes.

Wir haben die Mischebene oder Valenztafel für alle möglichen Lichter gebildet unabhängig von jeder Theorie und ohne auf die Empfindungen, welche uns durch diese Lichter erzeugt werden, weitere Rücksicht zu nehmen. Diese Empfindungen dienten uns nur als ein Mittel, um die Gleichheit der optischen Valenz zweier physikalisch verschiedener Lichter festzustellen, und als Leitfaden bei der Herstellung von Farbengleichungen, insofern wir aus den, mit den Aenderungen des Mischungsverhältnisses und der Intensität der Lichter einhergehenden Aenderungen der Empfindung ersehen konnten, ob wir uns der angestrebten Gleichheit der optischen Valenz zweier Lichter näherten oder von ihr entfernten. Die Lichter selbst waren für uns nur Urvalenzgemische, und zwei Lichter, welche auf Grund einer Gleichung sich als das gleiche Urvalenzgemisch darstellten, galten uns als gleich, mochten sie physikalisch noch so verschieden sein. Die Valenztafel war somit nichts anderes, als ein System von optischen Valenzen oder Urvalenzgemischen, in welchem jedem Lichte der Ort zukam, welcher dem in diesem Lichte gegebenen Urvalenzgemische entsprach.

Man hat aber allgemein dieser Valenztafel noch eine ganz andere Bedeutung beigelegt, indem man sie zugleich als eine Farbentafel im subjectiven Sinne auffasste, sozusagen als ein Tableau aller möglichen Qualitäten der Lichtempfindung. Diese Auffassung, die sich im Grunde bis auf Newton zurückführen lässt, ist zuerst von

Grassmann[1]) eingehender erörtert und auch von Helmholtz vertreten worden.

Man denke sich die auf dem sogenannten Farbenzirkel in bekannter Reihenfolge angeordneten farbigen Empfindungen vollständig weisslos d. h. frei von beigemischter Weissempfindung oder absolut „gesättigt" (Helmholtz). In dem Mittelpunkte dieses Zirkels denke man sich die rein weisse Empfindung und auf jedem Halbmesser alle Uebergänge von diesem centralen Weiss bis zu der auf dem zugehörigen Peripheriepunkte gelegenen weisslosen Farbenempfindung, so dass alle auf demselben Halbmesser liegenden Empfindungen denselben Farbenton haben würden. Ferner denke man sich, dass die Weisslichkeit der auf einem und demselben Halbmesser liegenden Empfindungen in geradem Verhältniss zu ihrem Abstande von der rein weissen Mitte abnimmt, während die Farbigkeit derselben in demselben Verhältnisse zunimmt. Auf jedem in die Kreisfläche gelegten concentrischen Kreise könnten dann Empfindungen von gleicher Weisslichkeit oder gleichem „Sättigungsgrade" liegen.

Selbstverständlich würde es nicht möglich sein, auf einer Kreisfläche objective Farben derart zu vertheilen, dass wir dieselben so empfänden, wie wir dies soeben angenommen haben. Denn erstens gibt es keine objective Farbe, von der wir behaupten könnten, dass sie uns eine absolut „gesättigte" Farbenempfindung erzeugt; hat doch Helmholtz, obwohl er die homogenen Lichter als „gesättigte Farben" bezeichnet, schon angegeben, dass es noch gesättigtere Farbenempfindungen gibt, als diejenigen, welche durch homogenes Licht erzeugt werden. Zweitens ändert bekanntlich fast jedes farbige Licht, gleichviel ob es homogen oder zusammengesetzt ist, mit steigender oder sinkender Intensität sowohl seinen Farbenton als seine Weisslichkeit oder „Sättigung" in mehr oder minder auffälliger Weise. Jede Aenderung der Intensität, geschweige denn der Zusammensetzung des die Farbentafel beleuchtenden Lichtes würde also auch den Farbenton und die „Sättigung" der Empfindungen ändern können, welche uns von den einzelnen objectiven Farben der Scheibe erzeugt werden.

Wir wollen also von der Herstellung einer solchen Farbentafel, die ja auch aus mancherlei technischen Gründen nur als ein Zerrbild

[1]) Poggendorff's Annal. d. Physik, Bd. 89. 1853 p. 69.

möglich wäre, ganz absehen und uns an das nur im Gedanken gebildete Empfindungstableau halten. Aber auch bei der nur gedanklichen Herstellung desselben stossen wir bei genauerer Erwägung auf eine Schwierigkeit, welche den Werth unseres Tableaus für die weiteren Zwecke, die wir damit verfolgen könnten, sehr herabsetzt. Wir hatten uns in der Mitte der Scheibe ein ganz reines Weiss gedacht; dieses kann jedoch von sehr verschiedener Helligkeit sein. Wenn wir Grau als ein „minderhelles Weiss" auffassen, so haben wir bei der Bestimmung der Mittelpunktsempfindung unserer Farbentafel eigentlich die Auswahl unter allen Uebergängen vom tiefsten Schwarz bis zum blendendsten Weiss. Aehnliches gilt nun von allen übrigen Empfindungen, die auf unserer Tafel vorkommen, sie können ebenfalls heller und dunkler sein.

Berücksichtigen wir zuerst die an der Peripherie der Scheibe liegenden völlig weisslosen Farbenempfindungen, z. B. eine blaue, und denken wir uns dieselbe einerseits immer dunkler oder schwärzlicher werden, bis das Blau ganz verschwindet und das tiefste Schwarz an ihrer Stelle erscheint, anderseits immer heller werden, wobei sie aber nicht weisslich werden dürfte, weil sie ja sonst ihrem Platze auf der Peripherie nicht entsprechen würde. Wenn wir uns nun die absolut weisslose blaue Empfindung auch noch so hell denken, so können wir uns dieselbe doch nicht ebenso hell denken, wie das hellste Weiss, und dasselbe gilt von den übrigen weisslosen Farbenempfindungen der Peripherie. Dies ist deshalb sehr unangenehm, weil es erwünscht gewesen wäre, sich alle auf der Scheibe vertretenen Empfindungen stets von gleicher „Helligkeit" zu denken, d. h. gleich weit entfernt von der tiefsten Dunkelheit oder dem tiefsten Schwarz.

Wenn wir uns also auch denken könnten, es wären zunächst solche Empfindungen auf der Scheibe angeordnet, welche alle gleich hell erscheinen, so wird doch, wenn wir uns die Helligkeit des gesammten Empfindungstableaus mehr und mehr zunehmend denken, die Gleichheit der Helligkeit aller Empfindungen nicht bestehen bleiben können. Denn da alle übrigen Empfindungen auf der Scheibe zugleich weisslich und farbig sind, so leiden sie sämmtlich an dem Uebelstande, dass ihre weisse Componente (um das in den Farben erscheinende Weiss so zu nennen) grösserer Helligkeitszunahme fähig ist, als ihre farbige Componente. Wir müssten uns also, wenn wir der Forderung gleicher Helligkeit aller Empfindungen

genügen wollten, mit einer bestimmten willkürlichen Helligkeitsstufe begnügen, oder wir müssten von den Helligkeiten überhaupt absehen und uns jeden Punkt der Scheibe als den gemeinsamen Ort, d. h. als das Symbol aller möglichen Helligkeitsstufen einer Empfindung von bestimmtem Farbentone und bestimmter Weisslichkeit oder „Sättigung“ denken.

Man muss sich hüten, unter den verschiedenen Helligkeitsstufen einer farbigen Empfindung, z. B. des Blau, die Reihe jener Empfindungen zu verstehen, welche wir erhalten, wenn wir ein blaues Licht unter immer weiter zunehmender oder abnehmender Intensität auf unsere Augen wirken lassen. Denn selbst wenn das blaue Licht homogen ist, gibt es bekanntlich nur innerhalb gewisser Intensitätsgrenzen eine schöne blaue Empfindung; steigert sich die Intensität des Lichtes, so wird die Empfindung immer weisslicher und schliesslich weiss; mindert sich die Intensität, so verliert die Empfindung ebenfalls an Sättigung und wird keineswegs nur dunkler, sondern auch graulich oder schmutzig, oder wenn das Auge sehr lichtempfindlich gemacht worden ist, ebenfalls weisslich. Dasselbe gilt mehr oder weniger von den meisten homogenen Lichtern. Auch ändern dieselben wie schon erwähnt, bei Intensitätsänderungen fast alle ihren Farbenton, zum Theil in der auffälligsten Weise. So erscheinen alle homogenen Lichter vom äussersten Roth bis zum Gelb bei zunehmender Intensität immer gelber, bei abnehmender röther, die homogenen Lichter vom Gelb bis zum reinen Grün (welches jenseits der Linie b nach F hin liegt) werden bei steigender Lichtintensität ebenfalls gelber, bei abnehmender grüner; die Lichter vom reinen Grün bis zum reinen Blau werden erstenfalls blauer, letztenfalls ebenfalls grüner; die homogenen Lichter endlich vom Blau bis zum violetten Ende des Spectrums werden bei zunehmender Lichtintensität blauer, bei abnehmender röther.

Die Farbentafel im subjectiven Sinne, wie ich sie oben geschildert habe, ist nun leider gleichsam verschmolzen worden mit einer Farbentafel im objectiven Sinne, indem man jeden einzelnen Punkt derselben nicht blos als Symbol aller Helligkeitsstufen einer Empfindung von bestimmtem Farbenton und bestimmter Weisslichkeit oder „Sättigung“, sondern zugleich als ein Symbol aller jener objectiven (einfachen oder zusammengesetzten) Lichter betrachtete, welche eben diese Empfindung erzeugen könnten. Grassmann war es, welcher diese Auffassung zuerst ausführlicher entwickelte, von ihm nahm sie Helmholtz an, durch dessen „physiologische Optik“ sie dann in Deutschland populär wurde.

Nach Grassmann (ich gebrauche seine eigenen Worte) „unterscheidet das Auge zunächst farbloses und farbiges Licht. An dem farblosen Lichte (Weiss, Grau) unterscheidet es nur die grössere

oder geringere Intensität, und diese lässt sich mathematisch bestimmen. Ebenso unterscheiden wir an einer homogenen Farbe nur ihre grössere oder geringere Intensität. Aber auch für die Verschiedenheit der einzelnen homogenen Farben haben wir ein mathematisch bestimmbares Maass, welches uns am vollkommsten in der jeder Farbe entsprechenden Schwingungsdauer geboten wird." ....."Wir werden also an einer homogenen Farbe zweierlei: ihren Farbenton und ihre Intensität unterscheiden können. Vermischt man nun eine homogene Farbe mit farblosem Lichte, so wird der Farbeneindruck durch diese Beimischung abgeschwächt." „Jeder Farbeneindruck zerlegt sich hiernach in drei mathematisch bestimmte Momente: den Farbenton, die Intensität der Farbe und die Intensität des beigemischten Weiss." Die Farbentöne des Spectrums bilden nach Grassmann eine in sich geschlossene Reihe; die äusserste Farbe des rothen Endes ist identisch mit der des violetten Endes. Grassmann nennt sie Purpur, bemerkt aber, dass dieselbe „durch das Prisma nur unter besonders günstigen Umständen (an heiteren Sommertagen) hervorgebracht werden kann." Helmholtz hat bekanntlich gegenüber dieser irrigen Ansicht die Angabe Newton's [1]) wieder zur Anerkennung gebracht. Für das Folgende ist diese Differenz unwesentlich.

„Betrachten wir nun endlich," fährt Grassmann fort, „ein beliebig zusammengesetztes Licht, so kann das Auge an ihm gleichfalls nur die angeführten drei Momente unterscheiden, d. h. es lässt sich jeder Lichteindruck nachahmen, indem man eine homogene Farbe von bestimmter Intensität mit farblosem Lichte von bestimmter Intensität vermischt." Hier spricht also Grassmann von objectiven Lichtern, während er oben „Farbeneindrücke" d. h. Empfindungen meinte. Der Farbenton einer Empfindung aber lässt sich nicht „mathematisch" durch die Schwingungszahl eines bestimmten homogenen Lichtes bestimmen, weil der Farbenton eines und desselben homogenen Lichtes sich mit der Intensität desselben auffallend ändern kann, und die Weisslichkeit eines Farbeneindruckes oder

---

[1]) Denique, si Rubeus et Violaceus inter se permisceantur, orientur inde varii Colores Purpurei, pro eo, qua proportione illi invicem commixti fuerint, diversi inter se neque ullius Coloris Homogenei Speciem aut Similitudinem habentes. Optice (Prop. IV. Theor. III p. 110) Londini 1706.

einer farbigen Empfindung hängt auch nicht entfernt nur von dem Verhältniss ab, in welchem die Intensität des entsprechenden homogenen Lichtes zur Intensität eines beigemischten, für sich weiss erscheinenden Lichtes steht; vielmehr erscheinen die meisten homogenen Lichter schon an sich in deutlicher Weise mehr oder weniger weisslich und werden von einer gewissen Intensitätsstufe aus sowohl mit steigender als mit sinkender Lichtintensität immer weisslicher oder minder „gesättigt". Endlich nimmt Grassmann noch an, „dass die gesammte Lichtintensität der Mischung die Summe sei aus den Intensitäten der gemischten Lichter," was, wenn man hier das Wort Lichtintensität im objectiven Sinne nähme, selbstverständlich wäre; da jedoch Grassmann hier unter Lichtintensität die Empfindungsintensität versteht, (welche er wieder mit der Helligkeit identificirt), so ist der Satz, wie wir heute wissen, ganz falsch.

Grassmann geht also von drei Annahmen aus, deren eine immer irriger ist als die andere. Erstens soll jeder bestimmten Wellenlänge des Lichtes ganz unabänderlich nur ein bestimmter Farbenton der Empfindung entsprechen; zweitens soll sich weder die Weisslichkeit noch der Farbenton der Empfindung ändern, wenn die Intensität des Lichtes, welches die Empfindung erzeugt, beliebig gesteigert oder herabgesetzt wird; drittens soll die Helligkeit der Empfindung proportional sein der Intensität des die Empfindung erzeugenden Lichtes; denn nur, wenn dies der Fall wäre, könnte (was Grassmann annimmt) die Helligkeit der Empfindung, welche wir von zwei oder mehr miteinander gemischten Lichtern erhalten, gleich sein der Summe der Helligkeiten der einzelnen Empfindungen, welche diese Lichter jedes für sich erzeugen.

Auf Grund seiner irrigen Voraussetzungen konnte nun allerdings Grassmann auf der subjectiven Farbentafel an die Stelle jeder weisslosen Farbenempfindung das homogene Licht von entsprechender Schwingungsdauer, und innerhalb der Peripherie der Farbentafel an die Stelle jeder mehr oder minder weisslichen Farbenempfindung ein zugleich farbig und weisswirkendes zusammengesetztes Licht setzen, dessen Weisswirkung zu seiner farbigen Wirkung in demselben Verhältniss stehen würde, wie die Weisslichkeit der entsprechenden Farbenempfindung zu ihrer Farbigkeit. So bekam seine Farbentafel neben ihrer subjectiven zugleich eine objective Bedeutung.

Jeder Punkt der Peripherie bedeutete nun zugleich ein homogenes Licht von bestimmter Wellenlänge, jeder andere Punkt der Kreisfläche die Gesammtheit aller jenen unzählig vielen verschieden zusammengesetzten Lichter, deren Weisswirkung zu ihrer farbigen Wirkung (von entsprechendem Farbentone) in dem entsprechenden Verhältniss stand. Als Intensitätseinheit für jedes auf der Farbentafel angeordnete Licht nahm Grassmann diejenige, welche die Einheit der „Intensität" oder „Helligkeit" der Empfindung geben würde; ferner dachte er sich je zwei homogene Lichter, welche zusammen Weiss geben, an diametral gegenüber liegenden Punkten der Peripherie gelegen, und um 90° von jedem Lichte eines solchen Paares entfernt jenes homogene Licht, welches mit jedem der beiden ersteren Lichter in gleichem Verhältnisse gemischt (neben der aus dieser Mischung resultirenden Farbe) gleich viel Weiss geben würde.

Im allgemeinen sollte also jedes auf der Kreisfläche vertretene Licht einerseits eine weisswirkende Kraft oder Valenz, anderseits eine farbige Valenz haben. Wir müssten uns daher die Gesammtvalenz jedes auf der Farbentafel vertretenen Lichtes als aus zwei Theilvalenzen, einer weissen und einer farbig wirkenden Theilvalenz, zusammengesetzt denken. Die farbige Valenz aller auf demselben Halbmesser liegenden Lichter würde qualitativ dieselbe sein, quantitativ aber im geraden Verhältniss zu ihrer Entfernung vom Mittelpunkte stehen. Die weisswirkende Theilvalenz würde dagegen im geraden Verhältniss zum Abstande des betreffenden Punktes von der Peripherie stehen und für alle auf einem mit der Peripherie concentrischen Kreise liegenden Lichter gleich gross sein. Die Gesammtvalenz jedes auf der Kreisfläche vertretenen Lichtes endlich wäre immer gleich gross zu denken, so dass alle diesen Lichtern entsprechenden Empfindungen nach der Auffassung Grassmann's gleiche Helligkeit hätten.

Grassmann lässt also drei Variablen der Empfindung drei Variable des objectiven Lichtes so vollständig entsprechen, dass seine Farbentafel gleichzeitig ein Empfindungstableau und eine Anordnung der wirklichen Lichter nach ihrer physiologischen Werthigkeit ist, und überall Wellenlänge für Farbenton, Mischungsverhältniss zwischen einem homogenen und einem weissen zusammengesetzten Lichte für „Sättigung", Quantität des Lichtes für Helligkeit der Empfindung eingesetzt werden kann.

Bei der Ableitung des Newton'schen Gesetzes hält sich nun Grassmann bald an das Empfindungstableau, bald an die objective Farbentafel. Ein lediglich aus der Untersuchung der Empfindungen sich ergebender Satz gilt unmittelbar auch für die objectiven Lichter und umgekehrt.

Sieht man ab von dem einen Paar von Variablen (Quantität oder Intensität der Strahlung und Helligkeit der Empfindung), so bleiben uns je zwei Variable übrig. Somit müssten sich alle Qualitäten der Empfindungen einerseits, alle Qualitäten der Strahlungen oder objectiven Lichter anderseits auf einer Kreisfläche ordnen lassen, in deren Mittelpunkt „weisses" Licht und weisse Empfindung, auf deren Peripherie sämmtliche homogenen Lichter und weisslosen Farbenempfindungen zu liegen kämen, während jeder Radius Empfindungen von demselben Farbenton und einer mit dem Abstande von der Peripherie wachsenden Weisslichkeit und ebenso die entsprechenden Mischungen aus dem bezüglichen homogenen und dem weissen Lichte trüge. Die Untersuchung der Empfindungen lehrt ferner, dass zu jedem Farbenton ein Gegenfarbenton gehört, welche beide sich in der Empfindung vollständig ausschliessen und dass man durch stetige Aenderung eines Lichtgemisches nicht von dem einen zum andern gelangen kann, ohne entweder eine farblose Lichtempfindung oder die Hälfte aller Farbentöne zu durchlaufen. Damit ist für Grassmann zugleich der Beweis geliefert, dass zu jedem homogenen Lichte ein zweites gehört, welches mit dem ersten passend gemischt Weiss gibt. Zwei solche gegenfarbige Empfindungen und die entsprechenden homogenen Lichter werden daher auf der Kreislinie einander diametral gegenüber gestellt. Ohne Beweis wird ferner angenommen, dass ein homogenes Licht mit einem beliebigen andern gemischt mehr oder weniger Weiss gibt. Auf Grund dieser Annahme bekommt dann dasjenige Licht, welches mit jedem von zwei complementären homogenen Lichtern zu gleichen Theilen gemischt eine Empfindung von derselben Weisslichkeit geben würde, seinen Ort auf der Kreislinie so angewiesen, dass es von jedem der beiden complementären homogenen Lichter um 90^0 entfernt ist.

Nunmehr sind freilich alle Lichter so angeordnet, dass man (s. den folg. Abschn.) die Newton'sche Schwerpunktconstruction auf diese Farbentafel anwenden kann. Aber der ganze Beweis für die Richtigkeit des Newton'schen Gesetzes ist unbewusst erschlichen, weil die Voraussetzungen grösstentheils falsch sind.

§. 34.
Darstellung des Newton'schen Gesetzes von Helmholtz.

Die wesentlichsten der Fehler, welche der Auffassung Grassmann's anhaften, finden sich auch bei Helmholtz wieder. Während ich selbst im Obigen bei der systematischen Anordnung der Lichter auf einer Mischebene lediglich von der Thatsache ausgegangen bin, dass physikalisch verschiedene Lichter uns dieselbe Empfindung geben können, und das Newton'sche Gesetz als eine Consequenz dieser Thatsache entwickelt habe, geht Helmholtz wie Grassmann aus von einer Erwägung der physikalischen Bedingungen, von welchen sich die Qualität und Intensität der Gesichtsempfindungen abhängig denken liesse. Diese Erwägung führt ihn zu dem Grassmann'schen Satze[1]) „dass der Eindruck" (d. i. also die Empfindung), „den beliebig gemischtes Licht auf das Auge macht, immer dargestellt werden kann als eine Function von nur drei Variablen, die in Zahlen ausgedrückt werden können, nämlich 1. der Quantität gesättigten farbigen Lichtes, 2. der Quantität des weissen Lichtes, die gemischt dieselbe Farbenempfindung geben, 3. der Wellenlänge des farbigen Lichtes." „Dadurch gewinnen wir," sagt Helmholtz weiter, „auch endlich ein Princip, wonach wir die Farben in eine systematische Ordnung bringen können. Abstrahirt man nämlich zunächst von den Unterschieden der Lichtstärke, so bleiben noch zwei Veränderliche übrig, von denen die Qualität der Farbe abhängt, nämlich der Farbenton und das Verhältniss des farbigen zum weissen Lichte, und wir können uns die Menge der Farben, wie die verschiedenen Werthe einer jeden Grösse, welche von zwei Variablen abhängt, in einer Ebene nach ihren zwei Dimensionen hin ausgebreitet denken. Die Reihe der gesättigten Farben ist in sich zurücklaufend, sie muss also auf einer geschlossenen Curve angebracht werden, für welche Newton einen Kreis wählte, in dessen Mitte das Weiss steht. Auf der Verbindungslinie des Mittelpunktes mit den einzelnen Punkten der Peripherie sind die Uebergangsstufen zwischen dem Weiss und der an dem betreffenden Punkte der Peripherie stehenden gesättigten Farbe anzubringen, so dass die weisslicheren unter ihnen dem Mittelpunkte, die gesättigteren der Peripherie näher stehen. So erhält man eine Farbentafel,

[1]) Handb. der physiol. Optik §. 20.

die alle möglichen Arten gleich lichtstarker Farben in ihren continuirlichen Uebergängen geordnet darbietet. Wollte man auch noch die verschiedenen Grade der Lichtstärke der Körperfarben berücksichtigen, so müsste man, wie Lambert es that, noch die dritte Dimension des Raumes zu Hilfe nehmen."

Unter gleich lichtstarken Farben versteht Helmholtz, wie seine weiteren Bemerkungen zeigen, solche, welche uns gleich hell erscheinen, was trotz verschiedener Farbe doch bis zu einem gewissen Grade bestimmbar ist (heterochrome Photometrie). Auf dieser „Farbentafel" denkt sich also Helmholtz alle bei einer bestimmten durchgängig gleichen subjectiven Helligkeit möglichen Farbenempfindungen systematisch geordnet, zugleich aber denkt er sich an jeder Stelle der Tafel auch alle jene Lichtgemische (beziehungsweise auf der Peripherie der Farbentafel dasjenige homogene Licht), welche eben die demselben Punkte der Tafel entsprechende Farbenempfindung geben, so dass wieder wie bei Grassmann jedem Punkte der Tafel einerseits eine bestimmte Art der Empfindung, anderseits ein bestimmtes, aus weissem und einem homogenen Licht zusammengesetztes Strahlgemisch entspricht. Die Anordnung der Farbenempfindungen ist zunächst insofern eine willkürliche, als die den homogenen Lichtern entsprechenden Empfindungen irgendwie in ihrer spectralen Folge auf der Peripherie des Kreises angeordnet sind, und die Weisslichkeit der Empfindungen nach irgendwelchem Gesetze mit dem Abstande vom Centrum des Kreises abnimmt. Diese Farbentafel soll also nach Helmholtz keineswegs schon eine „geometrische Farbentafel" sein, wie die Grassmann'sche.

Die Anordnung der „Farben" ist hier zunächst wesentlich auf subjective Momente gegründet. Bestimmend für die Art der Anordnung ist nämlich, nachdem einmal gleiche Helligkeit der sämmtlichen Empfindungen vorausgesetzt ist, einerseits der Farbenton und anderseits die Weisslichkeit der Empfindung. Dabei mengen sich aber doch schon objective Momente bei dieser Anordnung gleich heller Farbenempfindungen mit ein. Erstens nämlich kommen an die Peripherie der Farbentafel nicht etwa Farbenempfindungen von gleich geringer Weisslichkeit d. h. solche zu liegen, welche alle gleich geringe Spuren von Weiss zu enthalten und uns also von der rein weissen Empfindung alle gleich weit entfernt zu sein scheinen, sondern es kommen auf die Peripherie jene Empfindungen zu liegen, welche durch verschiedene homogene Lichter erzeugt

werden. Diese sind aber bei gleicher Helligkeit von sehr verschiedener Weisslichkeit, oder wie Helmholtz es nennt, „Sättigung". Gleichwohl nennt Helmholtz die an der Peripherie einer solchen Farbentafel liegenden Farben gesättigt, was hier absolut gesättigt bedeutet, weil sie durch homogenes Licht ohne Zumischung eines „weissen" Strahlgemisches erzeugt gedacht werden. Der Begriff der „Sättigung" ist also hier auf eine objective Eigenschaft des Lichtes, nämlich auf die Homogenität dieses Lichtes gegründet. Als Empfindungen genommen sind aber jene an die Peripherie der Farbentafel verlegten „Farben" keineswegs alle auch absolut gesättigt, und Helmholtz gibt weiterhin selbst an, dass es noch gesättigtere Farben, d. h. hier Farbenempfindungen gebe, als diejenigen sind, welche durch homogenes Licht erzeugt werden können und also der Peripherie der erwähnten Farbentafel angehören.

Helmholtz gebraucht also den Ausdruck „gesättigt" bald in Bezug auf die objectiven Eigenschaften eines Lichtes, bald in Bezug auf die Eigenschaften der Empfindungen. Eine absolut gesättigte Farbe im objectiven Sinne ist für ihn jedes homogene Licht; im subjectiven Sinne aber versteht er unter Sättigungsgrad einer Farbe die mehr oder weniger deutliche Verwandtschaft oder Annäherung zur rein weissen Empfindung. Daher kann es für ihn zwar keine gesättigteren Farben im objectiven Sinne geben, als die „Spectralfarben" sind, wohl aber „Farben", welche im subjectiven Sinne gesättigter sind als die Spectralfarben.

Ebenso doppelsinnig ist nun in der Darstellung von Helmholtz der Begriff der Weisslichkeit oder Sättigung derjenigen „Farben", welche auf den übrigen Theil der Farbentafel zu liegen kommen. Einerseits sollen auf einem und demselben, vom Weiss ausgehenden Radius nur Farben von demselben Farbentone liegen, die um so weisslicher sind, je näher sie dem „reinen Weiss" liegen; anderseits soll aber jedem Punkte eines solchen Radius ein Mischlicht entsprechen, welches in einem bestimmten Verhältniss aus einem an sich weiss erscheinenden Strahlgemisch und derjenigen homogenen Strahlung mischbar ist, die an dem peripheren Ende eben dieses Radius gelegen ist. Stellt man aber wirklich aus einem homogenen Lichte und einem sogenannten weissen Tageslichte verschiedene Strahlgemische von gleicher scheinbarer Helligkeit her, so ändert sich mit dem Mischungsverhältniss, abgesehen von

einigen besonderen Fällen keineswegs blos die Weisslichkeit oder Sättigung der entsprechenden Empfindung, sondern zugleich auch ihr Farbenton.

Sollen also auf jedem Radius nur Empfindungen (Farben im subjectiven Sinne) von gleichem Farbenton und gleicher scheinbarer Helligkeit liegen, so entsprechen diese Empfindungen abgesehen von besonderen Fällen nicht den Lichtern, welche aus dem weissen und dem am Ende des Radius gelegenen homogenen Lichte mischbar sind; sollen anderseits auf einem Radius nur solche Lichter (Farben im objectiven Sinne) liegen, welche aus dem weissen und dem bezüglichen homogenen Lichte gemischt sind, so können die entsprechenden Farbenempfindungen nicht alle von demselben Farbenton sein.

Dass es innerhalb weiter Grenzen ganz willkürlich ist, welches gemischte Licht man als das in das Centrum der Tafel gehörige „weisse“ Strahlgemisch nimmt, sei hier nur beiläufig erwähnt.

Schliesslich wird die ganze Doppelauffassung der Farbentafel als einer zugleich subjectiven und objectiven noch dadurch hinfällig, dass für jede Intensitäts- oder Helligkeitsstufe, bei welcher man sich die Farbentafel ausgeführt denkt, die Vertheilung der Farbentöne und der Weisslichkeits- oder Sättigungsstufen auf der Tafel eine andere werden müsste, wie dies schon im vorigen Paragraphen erörtert wurde.

Es gibt hier nur ein Entweder-Oder: Entweder entwirft man eine Farbentafel im rein subjectiven Sinne als ein Empfindungstableau, wie wir dies im Eingange des vorigen Paragraphen gethan haben, oder im rein objectiven Sinne auf Grund der Ergebnisse der Farbenmischungsversuche, wozu dann eine systematische Anordnung der Farben e m p f i n d u n g e n gar nicht nöthig ist, sondern wie gesagt die Empfindungen uns nur als ein Mittel dienen, die physiologische Gleichwerthigkeit je zweier physikalisch verschiedener Lichter festzustellen.

Der Farbenton der Lichtempfindungen hängt, wie gesagt, nicht blos von der Wellenlänge des homogenen Lichtes ab, sondern auch von der Intensität desselben. Die Weisslichkeit einer Farbenempfindung hängt nicht blos von dem Mischungsverhältniss zwischen einem homogenen und einem für sich allein weiss erscheinenden Lichte, sondern auch von der Intensität dieses Gemisches ab, ja sogar homogene Lichter können bei sehr grosser oder sehr kleiner

Intensität sehr „weissliche“ Empfindungen geben. Endlich ist es auch nicht richtig, dass man durch Mischung eines homogenen Lichtes mit einem rein weiss erscheinenden Lichte nur Empfindungen von einem und demselben Farbenton erhält.

Wenn Helmholtz sagt: „Der Farbeneindruck, den eine gewisse Quantität x beliebig gemischten Lichtes macht, kann stets auch hervorgebracht werden durch eine Quantität *a* weissen Lichtes und eine gewisse Quantität *b*, einer gesättigten Farbe (Spectralfarbe oder Purpur) von bestimmtem Farbenton“, so ist dies richtig. Der Satz gilt aber keineswegs blos in Bezug auf ein zufällig weisserscheinendes Mischlicht, sondern von fast allen Mischlichtern. Nehmen wir statt eines weisserscheinenden Lichtes z. B. das von einem grünen Papiere ausgesandte Licht, so lässt sich mit demselben Rechte wie oben sagen: Der Farbeneindruck, den eine gewisse Quantität beliebig gemischten Lichtes macht, kann stets auch hervorgebracht werden durch Mischung einer gewissen Quantität dieses grünen Lichtes mit einer gewissen Quantität eines spectralen (beziehungsweise eines aus spectralem Roth und Violett gemischten) Lichtes.

Der angeführte Satz von Helmholtz berücksichtigt also nur einen bestimmten und eigentlich willkürlich ausgewählten Specialfall eines Satzes, welcher von allen Mischlichtern gilt, die auf der Mischebene innerhalb der, von der Curve der homogenen Lichter und der Verbindungslinie ihrer beiden Endpunkte eingeschlossenen Fläche liegen würden.

Dieser Satz lässt sich jedoch nicht nur in seiner Allgemeinheit sondern auch für den besonderen von Helmholtz ausgewählten Fall nur experimentell nachweisen, nicht aber theoretisch daraus ableiten, dass man die Qualität einer Lichtempfindung als einerseits durch ihren Farbenton, anderseits durch den Grad ihrer Weisslichkeit oder „Sättigung“ bestimmt sein lässt. Helmholtz sagt: „Denken wir uns diese“ (die spectralen Lichter) „mit geringeren oder grösseren Quantitäten weissen Lichtes gemischt, so bekommen wir die verschiedenen Sättigungsstufen des betreffenden Farbentones, und können den Grad der Sättigung durch das Verhältniss zwischen den gemischten Lichtmengen der gesättigten Farbe und des Weiss bezeichnen.“ Stellt man aber den Versuch wirklich an, so findet man, wie gesagt, nicht nur, dass Aenderungen des Mischungsverhältnisses auch den Farbenton der Empfindung

ändern, sondern auch, dass die Weisslichkeit oder Sättigung der Empfindung keineswegs nur von dem Mischungsverhältnisse der beiden Lichter abhängt, geschweige denn, dass sich die Weisslichkeit der Empfindung durch das Mischungsverhältniss der beiden Lichter ausdrücken liesse.

Den drei objectiven Variablen, von welchen Helmholtz die Art der Lichtempfindung abhängig sein lässt, entsprechen eben nicht drei subjective Variable derart, dass je eine der letzteren nur von je einer der ersteren abhängig ist, wie dies die ganze Darstellung von Helmholtz zur Voraussetzung hat.

Wenn man also auch den von Helmholtz aufgestellten Satz, dass die Qualität einer jeden durch äusseres Licht erzeugten Gesichtsempfindung durch ihre Helligkeit, ihren Farbenton und ihren Sättigungsgrad eindeutig bestimmt ist, gelten lassen will (obwohl ich selbst dies nicht thue), so kann man doch Helmholtz unmöglich zustimmen, wenn er ohne Weiteres mit jeder der genannten drei subjectiven Variablen je eine der genannten drei objectiven Variablen nicht nur durchaus parallelisirt, sondern bisweilen sogar vertauscht, nämlich mit der Helligkeit der Empfindung die Intensität der Strahlung, welche beide er promiscue als „Lichtstärke“ bezeichnet; mit der Weisslichkeit der Farbenempfindung das Mischungsverhältniss zwischen einer homogenen und einer weiss erscheinenden Strahlung, welche beide er promiscue als Grad der „Sättigung“ benennt; mit dem Farbentone der Empfindung eine bestimmte Wellenlänge der homogenen Strahlung.

Dies wäre, aber auch nur in gewissem Sinne, dann zulässig gewesen, wenn Helmholtz zuvor den Beweis geliefert hätte:

1. dass jeder Wellenlänge des homogenen Lichtes unabänderlich ein ganz bestimmter Farbenton der Empfindung entspricht,

2. dass dasjenige bestimmte Mischlicht, welches er als das „weisse“ ausgewählt hat, mit einem beliebigen homogenen Lichte in ganz beliebigem Verhältniss gemischt werden kann, ohne dass der Farbenton der Empfindungen, welche durch diese Mischungen erzeugt werden, sich ändert,

3. dass jede Aenderung der objectiven Intensität eines beliebigen Lichtes nur die Helligkeit der von ihm erzeugten Empfindung, nicht aber deren Farbenton oder Weisslichkeit (Sättigung) ändert.

Alle drei Sätze wären, wie wir gesehen haben, unrichtig, und Helmholtz hat im weiteren Verlaufe seiner Erörterungen selbst Thatsachen angeführt, welche ihre Unrichtigkeit darthun.

Man hat mir vorgeworfen, dass ich mit Unrecht behaupte, Helmholtz habe die Empfindung mit ihrer physikalischen Ursache vermengt. Er thut dies jedoch ebenso, wie es Grassmann und Andere gethan haben. Man höre z. B. Folgendes [1]): „Die Qualität eines jeden Farbeneindrucks hängt von drei veränderlichen Grössen ab, nämlich der Lichtstärke, dem Farbentone und seinem Sättigungsgrade. Andere Unterschiede der Qualität des Lichteindrucks existiren nicht." Hier wird also von der (subjectiven) Helligkeit, dem Farbenton und der Sättigung der Farbenempfindung gesprochen. Und doch fährt Helmholtz ganz unmittelbar fort: „Man kann dieses Resultat in folgender Weise aussprechen: Der Farbeneindruck, den eine gewisse Quantität beliebig gemischten Lichtes macht, kann stets auch hervorgebracht werden durch Mischung einer gewissen Quantität *a* weissen Lichtes und einer gewissen Quantität *b* einer gesättigten Farbe (Spectralfarbe oder Purpur) von bestimmtem Farbentone."

Im ersten Satze bedeutet das Wort „Farbenton" eine Qualität der Empfindung, im zweiten eine homogene Strahlung von bestimmter Wellenlänge. Im ersten Satze bedeutet das Wort „Sättigungsgrad" eine Qualität der Empfindung, im zweiten das Wort „gesättigt" die Homogenität einer Strahlung, und unter Sättigungsgrad wird hier das Mischungsverhältniss zwischen einer homogenen und einer an sich weiss erscheinenden Strahlung verstanden, ebenso wie hier der Helligkeit der Empfindung die Intensität der Strahlung substituirt wird. Dadurch, dass Alles was im ersten Satze nur subjectiven Sinn hat, im zweiten einen objectiven Sinn annimmt, verwandelt sich der erste Satz in den zweiten, oder lässt sich, wie Helmholtz meint, das im ersten Satze Enthaltene auch durch den zweiten Satz ausdrücken. In Wirklichkeit enthält der zweite Satz etwas ganz Anderes als der erste und folgt durchaus nicht aus dem ersten. Denn der zweite Satz lässt sich nur experimentell durch Mischungsversuche beweisen, während der erste nichts weiter besagt, als dass jede Farbenempfindung durch ihre Helligkeit, ihren Farbenton und ihre Sättigung eindeutig definirt sei, was

[1]) Handbuch d. physiol. Optik S. 28 ff.

sich eben nun aus der Beschaffenheit unserer Lichtempfindungen selbst ableiten lässt.

Dass Empfindungen etwas anderes sind als Aetherschwingungen, haben selbstverständlich Grassmann und Helmholtz auch gewusst. Sie haben jedoch ihrerzeit noch kein Bedenken getragen, den Farbenton einer Empfindung durch eine Wellenlänge, die Sättigung durch ein bestimmtes Mischungsverhältniss eines homogenen mit einen weiss erscheinenden objectiven Lichte, und die Helligkeit einer Empfindung durch die Quantität des objectiven Lichtes auszudrücken. Das erste und letzte geschieht allerdings in der Physik allgemein und hat bis zu einer gewissen Grenze auch seine Berechtigung, lässt sich aber in der physiologischen Optik nicht durchführen. In der physiologischen Akustik kann man wenigstens die Tonhöhe der Empfindung durch eine Schwingungszahl eindeutig bezeichnen, daher auch ein Missverständniss daraus nicht entstehen kann. Den übrigen Eigenschaften der Gehörsempfindungen aber lassen sich ebenfalls nicht physikalische Begriffe einfach substituiren.

Die Kraft K, welche auf einen gegebenen materiellen Punkt p wirkt, ist eindeutig bestimmt, wenn ihre Richtung und ihre Grösse bestimmt ist. Die Bewegung desselben materiellen Punktes aus einer gegebenen Anfangslage ist eindeutig bestimmt, wenn die Bahn und die Geschwindigkeit der Bewegung für jedes Bahnelement gegeben ist.

Nun wäre es aber unzulässig, wenn Jemand sagen wollte: Die Bewegung des materiellen Punktes p ist eindeutig bestimmt, wenn die Richtung und die Grösse der auf ihn wirkenden Kraft K gegeben ist. Dies ginge nur an, wenn sich der Punkt ganz widerstandslos bewegen könnte, wenn er also absolut frei beweglich wäre. Findet er bei seiner Bewegung Widerstände, die ja auch nach verschiedenen Richtungen verschieden gross sein können, so kann die Bewegung, die er unter dem Einflusse der angenommenen Kraft K ausführt, nur bestimmt werden, wenn auch diese Widerstandsverhältnisse bekannt sind und mit eingerechnet werden. Denn die Geschwindigkeit der Bewegung des materiellen Punktes ist hier nicht blos abhängig von der Grösse der Kraft K, sondern auch von ihrer Richtung, und die Bahn der Bewegung nicht blos abhängig von der Richtung jener Kraft, sondern auch von der Grösse der letzteren.

Allerdings wird, wenn wir immer wieder denselben materiellen Punkt in derselben Anfangslage und dieselben Widerstandsverhältnisse voraussetzen, jeder Kraft K von bestimmter Richtung und Grösse auch eine ganz bestimmte Art der Bewegung des Punktes entsprechen müssen, aber dies dürfen wir doch nicht so ausdrücken, dass wir sagen: Die Bahn, in welcher sich der Körper bewegt, ist bestimmt durch die Richtung der Kraft K, die Geschwindigkeit seiner Bewegung durch die Grösse dieser Kraft. Denn es kann unter solchen Umständen die Bahn der Bewegung bei gleicher Richtung der Kraft K eine sehr verschiedene sein, und die Geschwindigkeit sehr verschieden bei gleicher Grösse der Kraft. Für die Kraft K haben wir zwei Variable, nämlich ihre Grösse und Richtung, für die Bewegung des Punktes ebenfalls zwei Variable, nämlich die Bahn und die Geschwindigkeit, es hängt aber nicht je eine der beiden ersten Variablen nur von je einer der beiden letzten ab. Ebensowenig hängt eine der drei Variablen der Empfindung, welche von Grassmann und Helmholtz angenommen werden, nur von je einer der drei andern Variablen ab, welche dieselben für das objective Licht annehmen.

In ganz unverhüllter Weise zeigt sich die unzulässige Art der Parallelisirung gewisser Eigenschaften des objectiven Lichtes mit gewissen Eigenschaften der Empfindung auch bei v. Kries, welcher u. A. sagt[1]): „Eine Gesichtsempfindung ist vollkommen und eindeutig bestimmt, wenn für diejenige Mischung einfachen und farblosen Lichtes, welche die betreffende Gesichtsempfindung hervorbringt, angegeben wird: 1. die Wellenlänge des farbigen Lichtes, 2. das Verhältniss von gesättigtem und farblosen Lichte, 3. die Intensität; oder, was auf dasselbe herauskommt, wenn für unsere Empfindung angegeben wird: 1. die Farbe, 2. der Sättigungsgrad, 3. die Stärke."

Bei Grassmann konnte man nur die Irrigkeit seiner Annahmen beanstanden; er dachte sich eben die Empfindung in ähnlich einfachen Beziehungen zum objectiven Lichte, wie wir uns soeben die Bewegungen eines absolut frei beweglichen materiellen Punktes zur Kraft K dachten. Bei Helmholtz, v. Kries u. A. aber wirkt besonders befremdend, dass sie im weiteren Verlaufe ihrer Darstellung selbst zahlreiche Thatsachen anführen,

[1]) v. Kries, Die Gesichtsempfindungen und ihre Analyse. Leipzig 1882. Im Originale des citirten Satzes ist nichts gesperrt gedruckt.

welche die Irrigkeit der Grassmann'schen Annahmen darthun, dass sie aber gleichwohl die Grassmann'sche Auffassung wie eine ganz correcte aufnehmen und reproduciren.

Uebrigens sind die Einwendungen, die ich hier gegen die Darstellung von Helmholtz gemacht habe, nur ein Theil derjenigen, die ich überhaupt zu machen hätte. Ich wollte aber betreffs der „Helligkeit" und „Sättigung" der Farbenempfindung vorerst möglichst an die Auffassung anknüpfen, welche jene Forscher von diesen Eigenschaften der Empfindung hatten. Meine eigene Auffassung dieser Eigenschaften ist eine wesentlich andere.

Bei der Besprechung des Newton'schen Gesetzes verweist Helmholtz auf Grassmann. Er sagt: „Grassmann hat die Principien, welche in dem Newton'schen Verfahren verborgen liegen, entwickelt und ausgesprochen. Ausser dem schon oben erwähnten, dass 1. jede beliebige zusammengesetzte Mischfarbe gleich aussehen müsse wie die Mischung einer bestimmten gesättigten Farbe mit Weiss, sind dazu noch folgende Sätze nothwendig: 2. Wenn von zwei zu vermischenden Lichtern das eine sich stetig ändert, ändert sich auch das Aussehen der Mischung stetig. 3. Gleich aussehende Farben gemischt geben gleich aussehende Mischungen. Wenn wir diese drei Grundsätze annehmen, lässt sich eine Anordnung der Farben in einer Ebene herstellen, welche erlaubt, die Mischfarbe durch eine Schwerpunktconstruction zu finden." Eine Ableitung des Newton'schen Satzes aus diesen drei Sätzen gibt Helmholtz nicht.

Der dritte Satz lautet bei Grassmann: „Zwei Farben, deren jede constanten Farbenton, constante Farbenintensität und constante Intensität des beigemischten Weiss hat, geben auch constante Farbenmischung, gleichviel aus welchen homogenen Farben sie zusammengesetzt sind." Dies soll heissen: Hat man auf der einen Seite die Lichter A_1, A_2, A_3 . . . , welche sämmtlich denselben („constanten") Farbenton, dieselbe („constante") Weisslichkeit und dieselbe („constante") Helligkeit zeigen, obwohl sie physikalisch verschieden sind, auf der andern Seite eine zweite Reihe von Lichtern B_1, B_2, B_3 . . . , welche ebenfalls unter sich ganz gleich aussehen, und man vermischt ein beliebiges A mit einem beliebigen B, so hat die Mischung stets dasselbe Aussehen.

Die drei von Helmholtz angeführten Sätze sind thatsächlich richtig, aber ich kann nicht finden, dass sich lediglich aus ihnen das Newton'sche Gesetz ableiten lässt. Zum Mindesten fehlt der vierte Satz, dass gleich aussehende Lichter einander gleich bleiben,

wenn man die Intensität eines jeden in demselben Verhältniss vermehrt oder vermindert. Grassmann hielt dies allerdings für selbstverständlich; van der Weyde, Donders, König haben es neuerdings für gewisse Fälle bestritten, womit sie implicite die allgemeine Giltigkeit des Newton'schen Gesetzes bestritten haben.[1]) Wenn man übrigens dem dritten Satze eine weitere Bedeutung geben wollte, als dies Grassmann selbst beabsichtigte, so könnte man unter den oben erwähnten Lichtern B_1, B_2, B_3 . . . im besonderen Falle auch qualitativ dieselben Lichter wie unter A_1, A_2, A_3 . . . jedoch auf einer beliebigen anderen Intensitätsstufe verstehen, und der vierte Satz wäre dann im dritten mit eingeschlossen. Doch hat Grassmann den Satz gar nicht so gemeint. Denn das, was der eben erwähnte vierte Satz enthält, war schon in Grassmann's anderweiten Voraussetzungen enthalten, weshalb wohl auch Helmholtz diesen Satz stillschweigend vorausgesetzt hat.

Bei der mathematischen Auseinandersetzung, welche Helmholtz unter der Ueberschrift: „Construction der Farbentafel" gibt, ist schon vorausgesetzt, dass sich alle Lichter mit Hilfe der Schwerpunktconstruction auf einer Ebene anordnen lassen, und nur gezeigt, „dass in einer so construirten Farbentafel," für welche die Orte und die Maasseinheiten der Lichtquantität der verschiedenen Farben mit Hilfe der Schwerpunktconstruction festgesetzt sind, „die Mischfarbe zweier beliebigen Farben sich im Schwerpunkte der gemischten Farben vorfindet, und ihre Lichtintensität, nach den festgesetzten Einheiten gemessen, gleich ist der Summe der Quantitäten der gemischten Lichter." Es wird also nur eine Eigenschaft des ebenen Punktsystems demonstrirt, welches durch die Construction erzeugt worden ist. Man hat dies von einigen Seiten so aufgefasst, als habe Helmholtz die Richtigkeit des Newton'schen Gesetzes unter den erwähnten drei Voraussetzungen „mathematisch" erwiesen, was gar nicht in seiner Absicht lag. (Vergl. die Einleitung.)

---

[1]) Vergl. die oben citirte Abhandlung über indiv. Verschiedenheiten des Farbensinnes.

III. Abschnitt.

Verschiedene Farbentheorien in ihrer Beziehung zu Newton's Mischungsgesetze.

§. 35.

Nachdem das Newton'sche Gesetz als ein thatsächlich richtiges erwiesen ist, muss dasselbe als eine wesentliche Grundlage jeder Farbentheorie betrachtet werden, und darf jede demselben widersprechende Theorie von vornherein als unbrauchbar zurückgewiesen werden.

Es ist von Interesse, zu untersuchen, in welcher Weise verschiedene, theils wirklich bereits aufgestellte, theils auf Grund verbreiteter theoretischer Vorstellungen über den Farbensinn mögliche Theorien mit dem Newton'schen Gesetze in Einklang zu bringen sind.

Bei der Skizzirung dieser Theorien will ich voraussetzen, dass sich das Sehorgan in einem Zustande befindet, in welchem alle Nachwirkungen vorausgegangener Reizung durch farbiges Licht vollständig verschwunden sind (neutrale Stimmung). Ferner will ich auf der theoretischen Valenztafel stets die möglichst regelmässige (möglichst vielseitig symmetrische) Anordnung der Urvalenzgemische annehmen. Sämmtliche Theorien lassen sich in vier Gruppen bringen.

Erste Gruppe. Die hierher gehörigen Theorien setzen voraus, dass die Urvalenzen nur positive Werthe haben können, und dass die weisse Empfindung durch das Zusammenwirken gleich grosser Werthe sämmtlicher Urvalenzen entsteht.

Der Theil der Mischebene, welcher alle denkbaren, aus nur positiven Werthen der Urvalenzen gebildeten Gemische enthält, und hier die theoretische Valenztafel darstellt, ist im Falle möglichst symmetrischer Anordnung der Gemische ein regelmässiges Polygon, dessen Seitenzahl der Zahl der angenommenen Urvalenzen entspricht. Jede Seite des Polygons ist ein Theil einer Nulllinie. Werden unendlich viele Urvalenzen angenommen, so ist die theoretische Valenztafel eine Kreisfläche (Polygon mit unendlich vielen Seiten); werden nur drei angenommen, so ist sie ein gleichseitiges Dreieck. Den ersteren Grenzfall, die kreisförmige Valenztafel, finden wir bei Newton und Grassmann, den anderen Grenzfall, die dreieckige

Valenztafel bei Young, Maxwell und Helmholtz. Man könnte jedoch auch eine 4-, 5-, 6-, ... n-eckige theoretische Valenztafel mit der entsprechenden Zahl von Urvalenzen annehmen.

Da jeder Punkt der Grenzlinie der theoretischen Valenztafel entweder auf einer Nulllinie liegt oder der Durchschnittspunkt zweier Nulllinien ist, so muss in allen auf der Grenzlinie gelegenen Urvalenzgemischen mindestens eine Urvalenz vollständig fehlen; und weil zur Erzeugung der weissen Empfindung, auch wenn das Weiss nur als Beimischung zu einer farbigen Empfindung erscheint, sämmtliche Urvalenzen zusammenwirken müssen, so könnten die der Grenzlinie angehörigen Urvalenzgemische, wenn sie durch wirkliche Lichter vertreten wären, nur völlige weisslose, d. h. absolut „gesättigte" Farbenempfindungen erzeugen.

Betrachten wir nun den Fall der kreisförmigen Valenztafel etwas näher: Jede an den Kreis gelegte Tangente ist die Nulllinie jener Urvalenz, welche in dem Gemische des Berührungspunktes fehlt. Die Zahl der Urvalenzen ist gleich der der möglichen Tangenten, d. h. unendlich. Der Werth, mit welchem eine einzelne Urvalenz in irgend einem Urvalenzgemische der Kreisfläche vertreten ist, ist proportional der Länge einer aus dem Orte dieses Gemisches auf die Nulllinie derselben Urvalenz gefällten Senkrechten.

Das im Mittelpunkte des Kreises liegende Urvalenzgemisch, in welchem alle Urvalenzen mit demselben Werthe vertreten sind, entspricht der rein weissen Empfindung. Die optische Valenz aller anderen Urvalenzgemische (mit Ausnahme der peripher liegenden) lässt sich in zwei Theilvalenzen zerlegt denken, eine farbige Vf und eine weisse Vw, deren eine das Farbige, die andere das Weisse in der bezüglichen Farbenempfindung bedingt. Die Grösse der weissen Theilvalenz Vw ist bedingt durch den Werth derjenigen Urvalenz, welche in dem bezüglichen Urvalenzgemische den kleinsten Werth hat, dessen Maass der Abstand dieses Gemisches von der Kreisperipherie ist. Von dem Werthe jeder anderen Urvalenz des Gemisches wäre nämlich ein, jenem kleinsten Werthe gleicher Theil in Abzug zu bringen, und die Gesammtheit aller dieser unter sich gleichen Theilwerthe sämmtlicher Urvalenzen würde die weisse Theilvalenz ausmachen, während die Gesammtheit sämmtlicher Reste der Urvalenzwerthe die farbig wirkende Theilvalenz des Gemisches zusammensetzen würde. Die weisse und die farbige Theilvalenz würden zusammen stets den Werth 1 haben, wenn man jeder

auf der Tafel vertretenen Valenz (jedem Urvalenzgemische) den gleichen Werth 1 beilegt. Die erwähnten Reste der Urvalenzen eines Gemisches, welche die farbige Theilvalenz desselben zusammensetzen, würden in allen Urvalenzgemischen, welche ihren Ort auf einem und demselben Halbmesser des Kreises haben, unter einander in demselben Verhältnisse stehen, also qualitativ dasselbe Gemisch darstellen, was nach Grassmann, welcher die Qualität einer optischen Valenz mit einem ganz bestimmten Farbentone identificirte, bedeuten würde, dass alle Lichter, welche auf demselben Halbmesser der Valenztafel liegen, Empfindungen von gleichem Farbentone geben.

Die Beweise für das hier Ausgesprochene sind so elementare, dass sie sich Jeder, der das über die Mischlinie und Mischebene von mir Gesagte gelesen hat, leicht selbst entwickeln kann.

Nach Newton und Grassmann wären die Orte aller homogenen Lichter auf der Peripherie der Kreisfläche gelegen, und dem entsprechend die zugehörigen Empfindungen absolut „gesättigt" oder weisslos. In Wirklichkeit aber müssten sämmtliche homogenen Lichter als Urvalenzgemische ihren Ort innerhalb der Kreisfläche auf der in diese Fläche eingezeichneten Curve der homogenen Lichter haben, und die wirkliche Valenztafel wäre die von dieser Curve und der geraden Verbindungslinie ihrer Endpunkte eingeschlossene Fläche, welche also ganz innerhalb der Kreisfläche läge.

Eine auf die Annahme einer kreisförmigen theoretischen Valenztafel sich gründende Theorie hätte an sich nichts Widersinniges und wäre der von Young-Helmholtz entschieden vorzuziehen. Alle Thatsachen, welche man aus der letzteren zu erklären versucht hat, würden sich aus der ersteren ebensogut oder sogar noch besser erklären lassen.

An der Theorie von Young-Helmholtz wirkt von vornherein die Annahme von drei farbigen Grundempfindungen abstossend, weil dieselben gar nicht aufzeigbar sind, und bekanntlich je nach Bedürfniss bald diese, bald jene Farbentöne als diesen Grundempfindungen entsprechend angenommen werden. Wenn die den drei Urvalenzen entsprechenden Erregungen eine physiologisch so ausgezeichnete Stellung einnehmen würden, so sollte man doch meinen, dass auch die zugehörigen Empfindungen irgend etwas Besonderes haben müssten. Gelb macht z. B. vielmehr den Eindruck einer einfachen oder Grundempfindung, als Violett; und doch soll letzteres eine Grundempfindung, ersteres aber ein Gemisch aus gleichzeitiger Roth- und Grünempfindung oder wenigstens irgendwie das Ergebniss des gleichzeitigen Bestehens der, diesen beiden Grundempfindungen entsprechenden Principalerregungen sein. Helmholtz sagt (Physiol. Opt. S. 293) ganz richtig: „Soviel ich sehe, gibt es bisher kein anderes Mittel, eine der Grundfarben zu bestimmen, als die Untersuchung der Farbenblinden". Dieses Mittel hat sich bekanntlich

für die Young'sche Theorie nicht bewährt. Auch die drei Faserarten, welche übrigens, wie Helmholtz selbst schon bemerkte, für die Theorie nicht unentbehrlich sind, wurden bisher vergebens gesucht.

Viel einheitlicher und logisch ansprechender wäre die eben angedeutete Theorie. Hier gibt es nicht, wie bei der Young'schen Theorie, Farbentöne, welche nur einer Urvalenz und Grundempfindung entsprechen, neben Farbentönen, welche aus zwei Grundempfindungen gemischt sind, sondern alle Farbentöne entstehen aus dem Zusammenwirken sämmtlicher Urvalenzen. Kommen alle Urvalenzen gleich stark zur Wirkung, so erhalten wir die rein weisse Empfindung. Freilich kann man sich nicht zu jeder Urvalenz, da es deren unendlich viele gibt, eine besondere Faserart denken; das ist auch gar nicht nöthig. Man muss sich vielmehr vorstellen, dass gleichsam die Sehsubstanz nach unendlich vielen Richtungen gleichzeitig irgendwie verändert werden kann (wie sich, um ein Bild zu gebrauchen, eine Kautschukscheibe gleichzeitig nach unendlich vielen Richtungen gedehnt denken lässt), und dass jeder einzelnen Richtung der Veränderung eine Urvalenz entspricht. Erfolgt die Veränderung der Sehsubstanz nach allen Richtungen in gleichem Maasse, so entsteht die weisse Empfindung; erfolgt sie jedoch nicht allseitig symmetrisch, so entsteht mehr oder weniger farbige Empfindung.

Ist die Sehsubstanz für die Veränderung in gewissen Richtungen ermüdet, so kommen nun die zuvor nicht oder minder in Anspruch genommenen Richtungen in Vortheil und es entstehen so die farbigen negativen Nachbilder. Jede Art von Anomalie des Farbensinnes erklärt sich daraus, dass die Veränderung der Sehsubstanz in gewissen Richtungen irgend ein Hemmniss findet. Kurz Alles, was man aus der Young'schen Annahme zu erklären versucht hat, lässt sich hier noch viel bequemer erklären, weil die Theorie viel adaptirungsfähiger ist, als die Young'sche.

Bei der Young'schen Theorie muss man sich die wirkliche Valenztafel, welche die, allen wirklichen Lichtern entsprechenden Urvalenzgemische enthält, ebenfalls in die, hier ein Dreieck darstellende Valenztafel eingezeichnet denken. Jede Seite dieses Dreiecks, für welches wir wieder den Fall der grösstmöglichen Symmetrie d. i. hier die Gleichseitigkeit voraussetzen, ist eine Nulllinie, daher auf ihr nur Urvalenzgemische liegen, welche aus zwei Urvalenzen gemischt sind.

Auf jede Ecke des Dreiecks kommt eine einfache Urvalenz zu liegen, weil die Nulllinien der beiden anderen Urvalenzen sich hier schneiden. Im Mittelpunkte des Dreiecks liegt das der weissen Empfindung entsprechende Urvalenzgemisch. Jedem sonstigen Punkte der Tafel entspricht ein dreiwerthiges Urvalenzgemisch, welches sich wieder in eine weisse Theilvalenz Vw und eine farbige Theilvalenz Vf zerlegt denken lässt. Fällt man aus einem beliebigen Punkte p der Dreieckfläche auf jede Seite des Dreiecks eine Senk-

rechte, so ist die kürzeste (w) dieser drei das Maass für die weisse Theilvalenz des zu p gehörigen Urvalenzgemisches, und ihr Werth $= \frac{w}{W}$, wenn W der Abstand des Mittelpunktes von den Seiten des Valenzdreiecks ist. Die farbige Theilvalenz desselben Gemisches besteht aus den Resten zweier Urvalenzen. Die Werthe dieser Reste verhalten sich zu einander ebenso, wie die Werthe derselben zwei Urvalenzen in dem nur zweiwerthigen Urvalenzgemisch, welches auf dem Schnittpunkte der aus dem Mittelpunkte des Dreiecks durch den Punkt p gelegten Geraden mit der bezüglichen Seite des Dreiecks liegt. Die farbigen Theilvalenzen aller auf einer solchen Geraden liegenden Valenzen (Urvalenzgemische) sind also aus denselben zwei Urvalenzen und in demselben Verhältniss gemischt, woraus die irrige Annahme entstanden ist, dass auch der Farbenton aller Empfindungen, welche durch die einer solchen Geraden angehörigen Urvalenzgemische oder Lichter erzeugt werden, derselbe sein müsse. Der Werth der farbigen Theilvalenz Vf ergänzt sich durch den Werth der weissen Theilvalenz Vw zu 1, wenn man jedem auf der Valenztafel vertretenen Urvalenzgemische den gleichen Werth 1 gibt.

Es ist also unrichtig, wenn gesagt wurde, dass der Weisswerth eines jeden auf dem Valenzdreieck vertretenen Lichtes nach allen Richtungen mit dem Abstande seines Ortes p vom Mittelpunkte des Dreiecks in demselben Verhältnisse abnehme, wie dies allerdings auf der kreisförmigen Valenztafel der Fall ist. Er ist vielmehr proportional dem Abstande des Ortes p von der nächstliegenden Seite des Dreiecks, und es liegen daher auf jedem in das Valenzdreieck eingezeichneten kleineren Dreieck, welches denselben Mittelpunkt hat, wie das Valenzdreieck, und dessen Seiten den Seiten des letzteren parallel sind, Urvalenzgemische von gleichgrosser weisser Theilvalenz.

Da man einem wirklichen Lichte nicht ansehen könnte, auf welchem Punkte der theoretischen Valenztafel es als Urvalenzgemisch seinen Platz hat, so müsste man, um als Anhänger einer der genannten Theorien die wirkliche Valenztafel auf Grund von Mischungsversuchen zu construiren, den drei Wahllichtern ihren Ort und ihre Maasseinheit willkürlich anweisen. Man würde deshalb, wenn man nicht zufällig die richtigen Orte und Maasseinheiten gewählt hätte, eine wirkliche Valenztafel von projectivisch verzerrter

Gestalt erhalten. Entsprechend müsste man sich nun auch die Grenzlinie der theoretischen Valenztafel durch dieselbe Projection verändert denken: aus der kreisförmigen Grenzlinie der theoretischen Valenztafel würde so ein Kegelschnitt, aus der regelmässig polygonalen eine unregelmässig polygonale, aus der gleichseitig dreieckigen eine ungleichseitig dreieckige werden. Thatsächlich bestimmen aber liesse sich diese Grenzlinie nie, weil es eben keine wirklichen Lichter gäbe, welche die zu dieser Grenzlinie gehörigen Urvalenzgemische darstellen. Andernfalls hätten wir ein sehr einfaches Mittel, um zu entscheiden, welche Theorie die richtigste wäre.

Zweite Gruppe. Während die soeben skizzirte Gruppe von Theorien die weisse Empfindung aus dem Zusammenwirken gleichgrosser Werthe sämmtlicher Urvalenzen entstehen lässt, kann eine zweite Gruppe von Theorien auf die Annahme gegründet werden, dass jeder einzelnen Urvalenz eine bestimmte andere derart entspricht, dass durch das Zusammenwirken gleicher Werthe solcher zwei Urvalenzen das Weiss erzeugt wird. Zur Erweckung dieser Empfindung genügen also hier schon je zwei Urvalenzen, die sich demnach als ein complementäres Paar bezeichnen lassen. Wirken sie mit beiderseits gleichem Werthe auf dieselbe Netzhautstelle, so entsteht durch sie nur weisse Empfindung, überwiegt die eine Urvalenz des Paares über die andere, so resultirt daraus theils weisse, theils farbige Empfindung. Die kleinere von beiden wirkt hier mit einem gleichgrossen Theile der grösseren weiss, der Rest der grösseren wirkt farbig. Die gemeinschaftliche Valenz jedes einzelnen Paares lässt sich also in zwei Theilvalenzen zerlegt denken, eine weisswirkende und eine farbige. Auch bei dieser Gruppe gilt die Voraussetzung, dass sämmtliche Urvalenzen nur positive Werthe haben können.

Während für die erste Theoriengruppe die Annahme beliebig vieler Urvalenzen möglich ist, erscheint für diese zweite Gruppe nur eine gerade Zahl von Urvalenzen zulässig, weil die letzteren nur paarweise vorkommen dürfen. Die Annahme unendlich vieler Urvalenzen ist auch hier erlaubt.

Bei Voraussetzung einer kreisförmig begrenzten theoretischen Valenztafel müssen hier ebenfalls unendlich viele Urvalenzen angenommen werden. Jede Tangente des Kreises ist wieder die Nulllinie einer Urvalenz; zwei einander parallele Tan-

genten sind die Nulllinien eines complementären Paares von Urvalenzen. Wieder entspricht dem Mittelpunkte des Kreises ein rein weisswirkendes Urvalenzgemisch. Der Werth jeder Valenz oder jedes Urvalenzgemisches kann wieder gleich 1 gesetzt werden.

In jedem, einem Punkte der Peripherie entsprechenden Urvalenzgemische hat eine Urvalenz den Werth Null, die zu ihm complementäre den Maximalwerth; für ein einziges Urvalenzpaar eines solchen Gemisches sind die Werthe beider Urvalenzen gleich gross, für alle übrigen Paare sind sie ungleich.

Die weissen Theilvalenzen aller einzelnen Urvalenzpaare geben zusammen die weisse Theilvalenz Vw des ganzen Gemisches, die farbigen Theilvalenzen aller Paare zusammen seine farbige Theilvalenz Vf. Alle der Peripherie angehörigen Urvalenzgemische sind ebenfalls zugleich weiss- und farbigwirkend, was einen wesentlichen Unterschied von der erst geschilderten, ebenfalls auf eine kreisförmige Valenztafel gegründeten Theorie bildet. Was die im Innern des Kreises liegenden Urvalenzgemische betrifft, so wachsen ihre weisswirkenden Theilvalenzen mit dem Abstande des Ortes von der Peripherie, die farbig wirkenden mit dem Abstande vom Mittelpunkte. Für jeden Punkt desselben Halbmessers haben in der farbigwirkenden Theilvalenz des bezüglichen Urvalenzgemisches sämmtliche Urvalenzreste unter sich dasselbe Mischungsverhältniss, daher die farbige Theilvalenz aller demselben Halbmesser angehörigen Urvalenzgemische qualitativ dieselbe ist.

Denkt man sich die Urvalenzen als Kräfte, ihre Gemische als zusammengesetzte Kräfte oder Kraftgemische (§. 23, 24), und jede durch den Mittelpunkt der Kreisfläche gehende und in deren Ebene liegende Richtung als einer von jenen Kräften zugehörig, so lässt sich nicht nur eine vollständige Parallele zwischen der farbigwirkenden Theilvalenz eines beliebigen Urvalenzgemisches und der Resultirenden aus dem entsprechenden Kraftgemische ziehen, sondern es kann auch die weisswirkende Theilvalenz mit dem durch das Zusammentreffen entgegengesetzt gerichteter Kräfte (in jedem Urvalenzpaare) bedingten äusseren Kraftverluste vollständig parallelisirt werden. Die weisse Empfindung erscheint hier als psychisches Correlat der inneren Spannung, in welche die Sehsubstanz durch die Wirkung antagonistischer Antriebe versetzt wird.

Nimmt man statt unendlich vieler nur eine endliche Zahl von Urvalenzen an, welche Zahl wie gesagt hier eine gerade sein muss,

so ergibt sich als theoretische Valenztafel statt einer Kreisfläche (eines Polygons von unendlich vielen Seiten) ein regelmässiges Polygon von entsprechender gerader Seitenzahl. Die kleinstmögliche Zahl von Urvalenzen ist hier vier. In diesem Falle liegen an den vier Ecken der quadratischen theoretischen Valenztafel Gemische aus nur zwei Urvalenzen, welche verschiedenen Paaren angehören, und diese vier Gemische haben keine weisswirkende Theilvalenz. Auf den Seiten des Quadrates liegen Gemische aus je drei Urvalenzen, daher diese Gemische eine weisswirkende Theilvalenz besitzen. Auf dem Mittelpunkte jeder Seite hat das zugehörige Urvalenzgemisch eine nur aus einer Urvalenz bestehende farbige Theilvalenz, und dasselbe gilt von allen Gemischen, welche auf den vier vom Mittelpunkte des Quadrates nach den Mittelpunkten der Seiten gezogenen Geraden liegen. Alle übrigen innerhalb des Quadrates gelegenen Gemische haben neben ihrer weissen eine aus zwei Urvalenzresten zusammengesetzte farbige Theilvalenz, mit einziger Ausnahme des dem Mittelpunkte entsprechenden Gemisches, welches nur weisswirkend ist. In allen Gemischen, welche auf derselben, vom Mittelpunkte nach den Grenzen des Quadrates gezogenen Geraden liegen, haben die farbig wirkenden Urvalenzreste dasselbe Verhältniss zu einander, daher die farbige Theilvalenz in allen diesen Gemischen qualitativ gleich ist. Auf jedem, in die quadratische Valenztafel eingezeichneten Quadrate, welches denselben Mittelpunkt wie jene hat, dessen Seiten jedoch um 45° gegen die Seiten der Valenztafel geneigt sind, liegen durchaus Urvalenzgemische von gleichgrosser weisser Theilvalenz u. s. w.

Eine hierauf gegründete Theorie erscheint im Vergleich mit allen bisher erwähnten als die durchaus beste. Die vier Farbenempfindungen des Farbenzirkels, welche eine so ausgezeichnete Stelle in demselben einnehmen, nämlich das im Tone reine Roth, Gelb, Grün und Blau können hier als Empfindungscorrelate der vier angenommenen Urvalenzen, und Roth und Grün einerseits, Gelb und Blau anderseits als einem complementären Urvalenzpaare entsprechend betrachtet werden. Alle Contrasterscheinungen erklären sich in einer viel zwangloseren Weise, als z. B. bei der Young'schen Theorie; die Rothgrünblindheit entsteht durch Ausfall des dem rothgrünen Urvalenzpaare entsprechenden Empfindungspaares. Allen, welche die weisse Empfindung nicht als Correlat einer besonderen Urvalenz auffassen, sondern aus dem Zusammentreffen von Erregungen

erklären wollen, welche einzeln wirkend „complementäre“ Empfindungen erzeugen, kann diese Theorie angelegentlich empfohlen werden.

Betreffs der Construction der Curve der homogenen Lichter, welche bei dieser zweiten Gruppe von Theorien ebenfalls in das theoretische Valenzpolygon einzuzeichnen wäre, gilt alles auf S. 248 Gesagte. Da man die Orte der drei Wahlfarben und ihre Maasseinheiten nur zufällig so treffen könnte, wie sie der Annahme einer kreisförmigen oder regelmässig polygonalen theoretischen Valenztafel entsprechen würden, so wird die theoretische kreisförmige Grenzlinie der Valenztafel im Allgemeinen zu einem Kegelschnitte, die regelmässig polygonale oder quadratische Grenzlinie zu einer unregelmässig polygonalen oder viereckigen werden.

Dritte Gruppe. Diese Gruppe von Theorien ergibt sich, wenn man wieder nur positive Werthe aller Urvalenzen voraussetzt und von letzteren annimmt, dass sie paarweise derart zusammengehören, dass jede Urvalenz eines Paares im Sehorgan eine Veränderung anregt, die genau entgegengesetzt ist derjenigen, welche durch die andere angeregt wird, daher zwei solche Urvalenzen sich in ihrer Wirkung auf das Sehorgan gegenseitig aufheben können. Eine vollständige Aufhebung wird eintreten, wenn beide Urvalenzen eines Paares mit gleich grossen Werthen in einem Lichte enthalten sind, und die empfindliche Substanz beiden Urvalenzen gegenüber gleich grosse Erregbarkeit besitzt; oder wenn zwar die beiden Urvalenzen mit verschiedenen Werthen in einem Lichte enthalten sind, aber die Erregbarkeit der Substanz für beide Urvalenzen eine entsprechende Verschiedenheit in entgegengesetztem Sinne zeigt, so dass das Product aus dem Werthe einer Urvalenz, als dem Reize, und der Erregbarkeit für diese Urvalenz beiderseits dasselbe ist. Im einen wie im anderen Falle ist das Resultat der Einwirkung beider Urvalenzen auf die empfindliche Substanz insofern gleich Null, als dieselbe nicht aus ihrem jeweiligen Zustande herausgebracht wird.

Auch bei den Theorien der zweiten Gruppe sahen wir die Urvalenzen paarweise geordnet, aber die gleichzeitige und gleichstarke Wirkung beider Urvalenzen eines Paares war dort das Bedingende für das Entstehen der weissen Empfindung, während hier die Wirkungen beider Urvalenzen sich gegenseitig aufheben können, so dass für die Empfindung nichts daraus resultirt.

Hierher gehört die von mir im Jahre 1874 aufgestellte Farbentheorie. In derselben werden zwei Paare farbig wirkender Urvalenzen

angenommen, ein roth und grün wirkendes und ein gelb und blau wirkendes, ausserdem eine fünfte weisswirkende Urvalenz, welche in gewissem Sinne die eine Urvalenz eines dritten Paares darstellt, dessen andere Urvalenz im wirklichen Lichte nicht vertreten ist.

Die theoretische Valenztafel gestaltet sich hier, wenn wir wieder die grösstmögliche Symmetrie voraussetzen, folgendermassen: Wie bei der zuletzt erörterten Theorie der zweiten Gruppe ist die Valenztafel quadratisch, von den vier Nulllinien der vier farbig wirkenden Urvalenzen begrenzt. Die Werthebene der unpaaren weisswirkenden Urvalenz liegt zur Mischebene parallel, daher der Werth der weissen Urvalenz in allen Urvalenzgemischen der Tafel derselbe ist. Setzt man wieder neutrale Stimmung des Sehorganes voraus, so kann man sich die Valenz jedes Urvalenzgemisches auch hier in eine farbige und eine weisse Theilvalenz zerlegt denken. Denn da die beiden Urvalenzen eines Paares im Allgemeinen mit verschiedenem Werthe in einem Urvalenzgemische enthalten sind, so neutralisirt die kleinere einen mit ihr gleichgrossen Theil der grösseren, und die beiden Urvalenzreste, welche auf diese Weise von den beiden Paaren übrig bleiben, bilden die farbige Theilvalenz des Gemisches, während die weisse Theilvalenz durch die weisse Urvalenz gegeben ist. Auch die auf der quadratischen Grenzlinie der Tafel liegenden Gemische haben hier eine weisse Theilvalenz. Die farbigen Theilvalenzen sind ihrer Qualität nach ganz analog vertheilt, wie auf der quadratischen Valenztafel der zuletzt geschilderten Theorie. Auf den Seiten eines jeden in die Valenztafel eingezeichneten Quadrates, dessen Mittelpunkt mit dem der Valenztafel zusammenfällt und dessen Seiten um 45° gegen die des letzteren geneigt sind, liegen Urvalenzgemische, in welchen allen das Verhältniss der farbigen zur weissen Theilvalenz dasselbe ist. Im Mittelpunkte der Valenztafel haben alle vier farbigen Urvalenzen gleich grosse Werthe, heben sich also paarweise in ihrer Wirkung auf das Sehorgan auf, so dass hier nur die weisse Urvalenz zur Wirkung kommt.

Betreffs der Construction und Form der wirklichen Valenztafel gilt das, was über die in der zweiten Gruppe besprochene Theorie mit vier Urvalenzen gesagt wurde.

In der kurzen Skizze, welche ich seinerzeit von dieser Theorie gegeben habe, wurde — und zwar, wie ich ausdrücklich hervorhob, nur im Interesse der leichteren Darstellung — eine aus drei Theilsubstanzen zusammengesetzte

Sehsubstanz angenommen, derart, dass jedem Urvalenzpaare eine dieser Theilsubstanzen entsprach. Als ich nun die Vertheilung der Farben im Spectrum nach dieser Theorie erläuterte, sagte ich, „dass gewisse, dem reinen Gelb, Grün und Blau entsprechende Strahlenarten auf die grün-roth, beziehungsweise blau-gelb empfindende Substanz gar nicht wirken," was in Gemässheit der Theorie richtig ist, insofern die „neutrale Stimmung" der Netzhaut angenommen wird. An einer anderen Stelle sagte ich, dass gemischtes Licht farblos erscheint, „wenn es sowohl für die blau-gelbe als roth-grüne Substanz ein gleich starkes Dissimilirungs- wie Assimilirungsmoment setzt, weil dann beide Momente sich gegenseitig aufheben, und die Wirkung auf die schwarzweisse Substanz allein hervortritt," was in Gemässheit der Theorie ebenfalls richtig ist und zwar bei jeder Stimmung der Netzhaut. Aber es konnte allerdings aus dieser Darstellung die Auffassung entstehen, als ob gewisse homogene Strahlen auf die blau-gelbe oder grün-rothe Substanz auch dann nicht wirken könnten, wenn sich dieselbe in nicht neutraler Stimmung befindet und daher ihre Erregbarkeit für beide Urvalenzen eines Paares nicht die gleiche ist, während doch die Unwirksamkeit dieser Lichter nach der Theorie ebenfalls nur insofern besteht, als sie ein gleich grosses Dissimilirungs- wie Assimilirungsmoment für die bezügliche Substanz setzen, daher dann beide entgegengesetzte Momente sich aufheben und das fragliche Licht ohne Wirkung auf die Substanz bleibt.

Die genannte Auffassung wurde auch durch die Art unterstützt, in welcher ich die Erscheinungen des successiven Farbencontrastes nur an gemischten Lichtern erläuterte.

Ich gebe also recht gern zu, dass ich durch die Art meiner kurzen Darstellung selbst zu einem Einwande Anlass gegeben habe, welchen v. Kries [1]) auf Grund von Contrastversuchen gegen meine Theorie erhoben hat, darf aber diesen Einwand als durch das oben Gesagte erledigt betrachten.

Bei dieser Gelegenheit will ich auf die Unrichtigkeit einer von v. Kries aufgestellten allgemeinen Behauptung hinweisen. Die Versuche, welche derselbe gegen meine Theorie anführte, waren Beispiele für den in §. 28 und §. 40 besprochenen Satz, dass Farbengleichungen unabhängig sind von den Erregbarkeitsänderungen des Sehorganes. v. Kries behauptet nun [2]), die Thatsache, dass zwei objectiv verschiedene Lichter, die für das unermüdete Auge gleich sind, dies auch für das irgendwie ermüdete Auge sind, lasse sich nur dann verstehen, wenn die Ermüdung nicht mehr als drei Componenten betreffe. Unter einer Componente versteht v. Kries eine Componente des Erregungsprocesses im Sehorgan. Bei jeder in diesem Abschnitte skizzirten Theorie kann man sich nun ebensoviel „Componenten" des Erregungsprocesses denken, als entsprechende Urvalenzen des Lichtes in derselben Theorie angenommen werden, und jede dieser Componenten, deren Complex oder Resultirende die jeweilige Erregung ist, kann einer Erregbarkeitsänderung unterworfen gedacht werden. Unter Erregbarkeitsänderung einer solchen „Componente" wäre also nichts anderes zu verstehen, als eine Erregbarkeitsänderung der Sehsubstanz

[1]) Du Bois-Reymond's Arch. f. Physiol. 1878. S. 503.

[2]) Die Gesichtsempfindungen. Leipzig 1882. S. 111.

gegenüber der entsprechenden Urvalenz, wie dies in §. 28 auseinandergesetzt wurde. Nach der dort gemachten Erörterung liegt die Unrichtigkeit der von Kries ausgesprochenen Behauptung zu Tage; denn bei keiner von den angeführten Theorien kann es vorkommen, dass zwei Lichter einander ganz gleich erscheinen, welche nicht beide genau dasselbe Urvalenzgemisch darstellen, sowohl in Betreff des Verhältnisses, in welchem die Urvalenzen gemischt sind, als in Betreff des Werthes jeder einzelnen Urvalenz. Hat sich nun die Erregbarkeit gegenüber einer oder mehreren Urvalenzen in Folge irgendwelcher „Ermüdung" geändert, so muss sich dies beiden Lichtern gegenüber genau in derselben Weise äussern, d. h. beide müssen einander wieder ganz gleich erscheinen, wenn sie auch beide anders erscheinen können als zuvor.

Die von mir aufgestellte Theorie charakterisirt sich, wie wir sahen, gegenüber den zuvor besprochenen insbesondere durch folgende zwei Sätze: erstens, dass jedes homogene Licht neben seiner farbigen auch eine weisse Valenz hat, während man früher weisse Empfindung nur durch das Zusammenwirken mindestens zweier homogenen Lichter entstehen liess; zweitens, dass die farbigen Valenzen zweier sogenannten complementären Lichter sich gegenseitig aufheben, so dass die durch die weissen Theilvalenzen beider Lichter erzeugte weisse Empfindung allein übrig bleibt.

In der zweiten Auflage seiner physiologischen Psychologie (1880 I. S. 455) hat nun Wundt folgende Sätze aufgestellt: „Durch jede Netzhauterregung werden zwei verschiedene Reizungsvorgänge ausgelöst, eine chromatische und eine achromatische Erregung. Die chromatische Reizung ist eine Function der Wellenlänge des Lichtes; die achromatische ist in Bezug auf ihre relative Stärke ebenfalls von der Wellenlänge abhängig." Dieser Satz entspricht dem oben ausgesprochenen ersten Satze. Ferner: die chromatischen Wirkungen gewisser Paare von homogenen Lichtern „sind in der Weise entgegengesetzt, dass sie sich wie entgegengesetzte Phasen eines und selben Bewegungsvorganges vollständig compensiren." Dieser Satz drückt mit andern Worten dasselbe aus, was der oben erwähnte zweite Satz enthält. Wundt nimmt jedoch nicht, wie ich, vier Hauptarten der chromatischen Erregung an, die sich zu je zwei mit einander combiniren lassen, sondern sagt: „Die chromatische Erregung besteht in einem polyformen photochemischen Vorgang, der sich mit der Wellenlänge stetig ändert." Eine solche stetige Aenderung des auch von mir angenommenen chemischen Processes im Sehorgane ergibt sich zwar auch aus meiner Annahme, aber Wundt räumt nicht vier bestimmten Arten oder Richtungen dieses

Processes eine bevorzugte Stellung ein, sondern stellt alle möglichen Arten oder Richtungen des chromatischen Processes als gleichwerthig nebeneinander.

Wollte man auf Grund der angeführten Sätze Wundt's eine Theorie entwickeln, so würde dieselbe also ebenfalls in die dritte Gruppe gehören, und zwar würde diese Theorie eine kreisförmige theoretische Valenztafel fordern, auf welcher wie auf der quadratischen Valenztafel meiner Theorie für alle Punkte der Tafel, d. h. für alle Urvalenzgemische die Grösse der weisswirkenden Urvalenz dieselbe wäre. Die farbigen Theilvalenzen aber würden ganz ebenso angeordnet sein, wie auf der bei Besprechung der zweiten Gruppe geschilderten kreisförmigen Valenztafel.

Vierte Gruppe. In diese Gruppe würden Theorien gehören, welche voraussetzen, dass die Urvalenzen der Lichter in letzteren auch mit negativen Werthen vertreten sein können, so dass z. B. in zwei Lichtern, welche beide dieselbe Urvalenz mit gleichgrossem Werthe, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen enthalten, der Werth dieser Urvalenz in dem aus beiden Lichtern gemischten Lichte Null ist, gleichviel ob die Erregbarkeit für eine Urvalenz sich ändert oder nicht. Hierdurch unterscheidet sich diese Gruppe von der vorigen.

Die kleinstmögliche Zahl von Urvalenzen ist hier drei, welchen Fall ich an einer Theorie erörtern will, die sich fast vollständig mit der von mir aufgestellten deckt, jedoch eine andere Auffassung der Erscheinungen des successiven Contrastes fordert, als alle bis jetzt besprochenen Theorien.

Als Empfindungscorrelate für die drei Urvalenzen können hier die sechs Hauptfarben, nämlich Roth, Gelb und Weiss als den positiven, Grün, Blau und Schwarz als den negativen Werthen der drei Urvalenzen entsprechend angenommen werden. Die negativen, der schwarzen Empfindung correlaten Werthe der einen Urvalenz sind jedoch im wirklichen Lichte nicht vertreten.

Die theoretische Valenztafel ist hier eine unbegrenzte Ebene, nämlich die eine Ebene eines Mischebenenpaares, und zwar diejenige, auf welcher die eine Urvalenz nur positive Werthe hat (vergleiche §. 16 S. 21 und 22). Auf dieser Mischebene ist, wenn wir wieder die möglichst regelmässige Vertheilung der Valenzen annehmen, in allen Urvalenzgemischen die weisse Urvalenz mit demselben Werthe enthalten (ihre Werthebene liegt parallel der Mischebene auf der positiven Seite derselben). Jeder der beiden

farbigen Urvalenzen entspricht eine durch den Mittelpunkt der Ebene gehende Nulllinie, in welcher je eine der beiden bezüglichen Werthebenen die Mischebene unter demselben Winkel durchschneidet wie die andere. Dem Durchschnittspunkte beider Nulllinien entspricht ein Urvalenzgemisch, in welchem die beiden farbigen Urvalenzen den Werth Null haben, welches also eigentlich kein Gemisch ist und nur aus weisser Urvalenz besteht. In allen auf einer Nulllinie liegenden Gemischen ist neben der weissen nur eine farbige Urvalenz vertreten. In allen übrigen Gemischen sind alle drei Urvalenzen enthalten. Auf jeder durch den Durchschnittspunkt der beiden Nulllinien gehenden Geraden liegen Gemische, in welchen die Werthe der beiden farbigen Urvalenzen zu einander in demselben Verhältnisse stehen. Nennen wir diese beiden Werthe der farbigen Urvalenzen zusammengenommen die farbige Theilvalenz des bezüglichen Gemisches, so ist dieselbe in allen Gemischen, welche auf demselben, vom Mittelpunkte der Valenztafel ausgehenden Halbstrahle liegen, qualitativ dieselbe. Der Werth jeder farbigen Urvalenz ist proportional dem Abstande des Ortes, dem das bezügliche Gemisch angehört, von der Nulllinie eben dieser Urvalenz. In allen Gemischen, welche auf den Seiten eines Quadrates liegen, dessen Mittelpunkt der Schnittpunkt der beiden zu einander rechtwinkligen Nulllinien ist und dessen Seiten unter 45° zu den Nulllinien geneigt sind, ist das Verhältniss der farbigen Theilvalenz zur weissen Urvalenz dasselbe. Das Quadrat muss unendlich gross sein, wenn in den bezüglichen Gemischen die weisse Urvalenz gegenüber der farbigen Theilvalenz unendlich klein sein soll.

Von der Construction der Curve der homogenen Lichter und der wirklichen Valenztafel in der unbegrenzten theoretischen Valenztafel auf Grund von Mischungsversuchen gilt das früher Gesagte. Der Durchschnittspunkt der Nulllinien fällt stets in die Fläche, welche von der Curve der homogenen Lichter und der ihre Endpunkte verbindenden Geraden eingeschlossen wird, aber der Winkel, unter welchem sich die beiden Nulllinien durchschneiden, und die sonstige, von der Neigung der drei Werthebenen zur Mischebene abhängige Anordnung der wirklichen Lichter oder Urvalenzgemische ändert sich je nach der Wahl der Orte und Masseinheiten für die drei Wahllichter.

Wir haben hiermit eine zweite Theorie kennen gelernt, der die Annahme der kleinstmöglichen Zahl von Urvalenzen, nämlich drei, zu Grunde liegt.

Young setzte drei Urvalenzen voraus, weil eben drei genügen, um das Mischungsgesetz zu erklären. Er glaubte überdies, dass die wirkliche und die theoretische Valenztafel sich decken, was auch Grassmann annahm. Helmholtz jedoch unterschied schon die wirkliche von der theoretischen Valenztafel, wenn er sie auch nicht so bezeichnete. Eine Congruenz beider ist überhaupt bei keiner der angeführten Theorien mit den Thatsachen vereinbar, und bei allen erscheint die Gesammtheit (s) der durch wirkliche Lichter vertretenen Urvalenzgemische kleiner als die Gesammtheit (S) der theoretisch möglichen. Aber $\frac{s}{S}$ wird allerdings sofort unendlich klein, wenn wir mehr als drei Urvalenzen annehmen.

Alle hier skizzirten Theorien leisten zum Mindesten ebensoviel wie die von Young-Helmholtz, und die begünstigte Stellung, welche die letztere noch heute in der Literatur einnimmt, lässt sich also nur auf ein Gewohnheitsrecht gründen. Welche Theorie den Thatsachen am Besten entspricht, soll in den weiteren Mittheilungen untersucht werden.

IV. Abschnitt.

Die experimentelle Prüfung des Newton'schen Mischungsgesetzes.

§. 36.

Methode der Prüfung.

Es ist mir nicht bekannt, dass ausser der Prüfung dieses Gesetzes mit Hilfe von Farbenmischungen auf dem Farbenkreisel seitens Maxwell und Aubert eine directe experimentelle Prüfung desselben angestellt worden wäre. Das Gesetz ist aber gleichwohl bisher fast von Allen als giltig angesehen worden, weil uns die indirecten Beweise für die Richtigkeit desselben überall begegnen, so oft wir mit Farbenmischungen arbeiten.

Die Art, in welcher Maxwell und (nach verbesserter Methode) Aubert[1]) das Gesetz prüften, ist nicht die einfachste und auch nicht die sicherste. Farbengleichungen auf dem Farbenkreisel gelten nur für die jeweilige Beleuchtung. Will man also eine Reihe von Gleichungen machen, um dann durch Construction oder Rechnung festzustellen, ob sie untereinander in dem vom Newton'schen Gesetze geforderten Einklange stehen, so muss man sie alle bei genau der-

[1]) Physiologie der Netzhaut 1865, §. 77 und ff.

selben Beleuchtung herstellen, was nicht leicht ist, weil viel Zeit darüber vergeht, und das Tageslicht einem fortwährenden Wechsel seiner Zusammensetzung unterliegt. Gas- oder Lampenlicht eignet sich hier überhaupt nicht, elektrisches Licht wäre besser. Sind die farbigen Papiere nicht matt, und die Beleuchtung keine allseitig gleichmässige, so stimmt eine Gleichung nicht mehr, sobald man den Ort wechselt, aus welchem man sie betrachtet.

Um zu verhüten, dass der centrale Theil der rotirenden Scheibe, welcher mit dem peripheren zu vergleichen ist, nicht andersfarbige Säume bekomme, müssen die auf dem centralen Theile liegenden Papierscheiben sich haarscharf in ihrer Peripherie decken, was nur möglich ist, wenn man sie mittels einer Maschine herstellt.[1]) Das Berechnen der Gleichungen ist eine ziemlich langweilige Aufgabe. Hat man auf Grund schon gefundener Gleichungen eine neue berechnet und prüft sie am Kreisel, so stimmt sie fast nie genau, und um auch nur wenige Gleichungen so herzustellen, dass sie ganz genau den Forderungen des Gesetzes entsprechen, muss man immer wieder an einzelnen Gleichungen corrigiren. Kurzum die Methode ist ziemlich umständlich, und schliesslich, wenn alle Gleichungen möglichst gut stimmen, weiss man immer noch nicht genau, ob man nicht blos ein juste milieu hergestellt hat.

Wenn man vor einer möglichst stark beleuchteten rotirenden Scheibe, auf welcher eine Farbengleichung hergestellt ist, einen schwarzen Schirm mit einem schmalen senkrechten Spalt aufstellt, so dass man durch letztern nur einen schmalen Streifen der Scheibe sieht, welcher zur einen Hälfte der centralen und zur andern Hälfte dem peripheren Theile der Scheibe angehört, und betrachtet den Spalt durch ein passend vor das Auge gehaltenes Prisma, so sieht man die Spectra der beiden Mischlichter unmittelbar übereinander. Man bemerkt dann, dass diese beiden Spectra meist wenig von einander verschieden sind. Den geringsten Unterschied fand ich, als ich aus complementärem Gelb und Blau eine Gleichung mit Grau hergestellt hatte. Diese Gleichung blieb daher auch bei sehr verschiedenen Beleuchtungen fast genau.

Eine Gleichung, welche von beiden Seiten dasselbe Mischlicht ins Auge schickt, ist sozusagen eine identische Farbengleichung und beweist gar nichts. Da nun, wie gesagt, die Zusammensetzung der

[1]) Eine solche wurde nach meiner Angabe vom Universitätsmechaniker Rothe construirt.

beiden Mischlichter einer auf der rotirenden Scheibe befindlichen Farbengleichung fast immer nicht sehr erheblich verschieden ist, so ist die Beweiskraft der eben angeführten Versuche zwar theoretisch gegeben, thatsächlich aber äusserst gering. Denn die Gleichungen sind um so weniger empfindlich und dementsprechend die Fehlergrenzen um so weiter, je ähnlicher die beiden Strahlgemische in ihrer Zusammensetzung sind. Der hervorgehobene Uebelstand liesse sich nur beseitigen, wenn uns farbige Papiere zur Verfügung ständen, welche ausser von dem an ihrer Oberfläche zerstreuten weissen Lichte nur angenähert homogenes Licht aussenden. Dies thuen aber von allen farbigen Papieren, die ich kenne, nur gewisse rothe Papiere, während das Strahlengemisch aller übrigen einen grossen Theil des Spectrums umfasst.

Der experimentelle Beweis des Gesetzes mittels spectraler Farbengleichungen begegnet derselben Schwierigkeit, dass eine aus zwei empirisch gewonnenen Gleichungen berechnete dritte fast nie genau stimmt. Doch lässt sich auf diesem Wege eine grössere Genauigkeit erzielen, trotz den vielen Fehlerquellen. Der zur genauen Herstellung einer grösseren Anzahl untereinander stimmender Gleichungen nöthige Zeitaufwand ist aber unverhältnissmässig gross, und die Inconstanz des Tageslichtes ein oft unüberwindliches Hinderniss für die Erledigung einer Versuchsreihe.

Um so wichtiger erscheint es, dass der Beweis der Richtigkeit des Newton'schen Gesetzes sich ohne jede Messung der zu den Gleichungen benützten Lichter, ohne jede Construction oder Rechnung führen lässt. Es ist nämlich leicht, durch das Experiment zu zeigen, dass, wenn man zu je einem der beiden Lichter einer beliebigen Farbengleichung je eines der beiden Lichter einer beliebigen andern Gleichung hinzufügt oder wegnimmt, stets wieder eine Gleichung entsteht, oder kurz gesagt, dass auch hier Gleiches zu Gleichem addirt oder Gleiches von Gleichem subtrahirt Gleiches gibt, Gilt dieser Satz ganz allgemein und bei jeder Stimmung der Netzhaut für alle beliebigen Lichter, so ist auch, wie im II. Abschnitt erörtert wurde, auf jede beliebige Farbengleichung die Schwerpunktconstruction anwendbar, und es kann sich nur noch darum handeln, ob alle Lichter demselben Gemischsystem angehören und welcher Dimension das Punktsystem ist, in welchem sich alle möglichen Lichter anordnen lassen. Dass aber alle Lichter demselben Gemisch-

systeme angehören und dieses System ein ebenes ist, ergibt sich daraus, dass sich aus vier beliebigen Lichtern stets mindestens eine Gleichung herstellen lässt. Wenn sich mehrere solche Gleichungen nicht mit aller Genauigkeit auf einander zurückführen lassen, so kann dies, wenn der erste Satz streng richtig ist, nur darauf beruhen, dass sich solche Gleichungen nicht mit derjenigen Genauigkeit herstellen und messend bestimmen lassen, wie es zur mathematischen Uebereinstimmung aller Gleichungen untereinander nöthig sein würde.

Nachdem durch zahlreiche Versuche verschiedener Forscher bereits zur Genüge festgestellt ist, dass sich aus vier beliebigen Lichtern stets mindestens eine Gleichung bilden lässt, so bleibt uns also hier nur übrig, den ersten Satz experimentell zu erweisen. Hierbei ergeben sich drei verschiedene Classen von Versuchen:

1. Den beiden Lichtern einer Gleichung wird je ein Licht einer zweiten Gleichung zugemischt.

2. Den beiden Lichtern einer Gleichung wird jederseits dasselbe homogene oder gemischte Licht zugemischt.

3. Auf beiden Seiten einer Gleichung wird die Lichtintensität in demselben Verhältniss vermehrt oder vermindert.

Die Versuche wurden zu einem kleineren Theile mit dem Farbenkreisel, im Uebrigen aber mit einem von mir schon früher erwähnten[1]) Apparate zur Mischung spectraler Lichter ausgeführt. Derselbe zeigt, wenn man durch ein kleines Fernrohr blickt, ein kreisförmiges Lichtfeld, welches, auf 20 *cm* Entfernung vom Auge projicirt, einen scheinbaren Durchmesser von 7 *cm* hat.[2]) Dieses Feld kann ich in jeder Hälfte mit anderem Lichte füllen, und zwar kann ich in jeder Hälfte erscheinen lassen:

a) ein beliebiges homogenes Licht,

b) ein beliebiges Gemisch aus zwei homogenen Lichtern,

c) ein beliebiges Mischlicht, wie es von farbigen und weissen Papieren, farbigen Gläsern, vom Himmel, von Flammen etc. gegeben wird. Ferner kann ich in der einen Hälfte erscheinen lassen:

d) ein Gemisch aus einem oder zwei homogenen Lichtern mit einem beliebigen der eben genannten Mischlichter.

---

[1]) „Ueber individuelle Verschiedenheiten des Farbensinns" im Jahrbuche des Vereines Lotos 1885.

[2]) l. c. ist irrthümlich 20 *mm* statt 20 *cm* gedruckt.

e) Endlich kann ich, wenn schon jede der beiden Hälften des Gesichtsfeldes mit je einem der in *a*) bis *d*) erwähnten homogenen oder gemischten Lichter erfüllt ist, diesen beiden Lichtern noch jederseits ein und dasselbe dritte Licht beimischen.

f) Ueberdies lässt sich die Intensität beider Lichter einer im Gesichtsfelde erscheinenden Gleichung in genau demselben Verhältnisse beliebig verändern.

§. 37.

Den beiden Lichtern einer Gleichung wird je ein Licht einer zweiten Gleichung zugemischt.

Die zunächst hierhergehörigen Versuche habe ich mit dem Farbenkreisel angestellt, weil die Benützung von Spectrallichtern einen allzu complicirten Apparat erfordert hätte. Ich bediente mich eines Kreiselapparates (nach Aubert), auf welchem vor einem schwarzsammtnen Hintergrunde zwei Farbenscheiben nebeneinander kreisen und sich während der Drehung infolge des Luftdruckes genau in dieselbe verticale Ebene legen. Rechtwinklig zu dieser Ebene ist ein verticales unbelegtes Spiegelglas so aufgestellt, dass sich für ein Auge, welches durch das Glas die eine Scheibe betrachtet, diese direct gesehene Scheibe mit dem Spiegelbilde der andern Scheibe genau deckt.

Auf jeder Scheibe wird eine Farbengleichung derart hergestellt, dass der centrale kreisförmige Theil der Scheibe sich aus Sectoren anderer Farben zusammensetzt, als der periphere ringförmige Theil. Jede Scheibe erscheint während der Drehung auf ihrer ganzen Fläche gleich gefärbt, aber beide Scheiben erscheinen ganz verschieden.

Während der Herstellung jeder Gleichung befindet sich das Auge des Beobachters genau an demselben Orte, aus welchem es dann die sich scheinbar deckenden Scheiben betrachten soll, aber während auf der einen Scheibe die Gleichung hergestellt wird, ist die andere durch eine schwarze Sammttafel verdeckt. Diese wird entfernt, sobald beide Gleichungen fertig sind, und der Beobachter sieht nun das aus den zwei Scheiben combinirte Scheibenbild in seiner ganzen Fläche gleich gefärbt.

Hierbei decken sich also für das Auge die beiden centralen und die beiden peripheren Theile der Scheiben. Dreht man nun die

Glasplatte ein wenig um ihren, den Scheiben zugekehrten verticalen Rand als Axe, so wird das Spiegelbild der einen Scheibe gegen die direct gesehene andere etwas verschoben und es wird der centrale Kreis der einen Scheibe mit dem peripheren Ring der andern zu theilweiser Deckung gebracht. Auch hiebei erscheint der Theil der beiden Scheiben, in welchem sie sich decken, durchaus gleichfarbig. Bezeichnen wir das vom centralen Kreise jeder Scheibe ausgehende Mischlicht mit c und c_1, das von dem peripheren Ringe jeder Scheibe ausgehende mit p und p_1, so ergeben sich aus dem beschriebenen Versuche folgende vier Farbengleichungen: $c = p$, $c^1 = p^1$, $c + c^1 = p + p^1$, $c + p^1 = c^1 + p$.

Der Versuch hat aus dem oben angegebenen Grunde nur geringen Werth, wenn er von einem Farbentüchtigen angestellt wird; dagegen hat er vollste Beweiskraft, wenn ihn ein Farbenblinder in passender Weise anstellt. Für einen Rothgrünblinden nämlich lassen sich die beiden Lichter einer Gleichung so wählen, dass sie in ganz verschiedener Weise aus homogenen Lichtern zusammengesetzt sind. In solcher Weise habe ich den Versuch mit einem Farbenblinden angestellt. Die spectroskopische Untersuchung der gewonnenen Gleichungen ergibt dabei eine höchst verschiedene Zusammensetzung der gleich erscheinenden Mischlichter, daher der Versuch fast gleichwerthig ist mit einem, bei welchem homogene Lichter zur Herstellung der Gleichungen benützt werden.

Mit dem oben erwähnten Apparate stellte ich ferner folgenden hierher gehörigen Versuch an: Nachdem eine beliebige Farbengleichung im Apparate hergestellt war, wurde durch ein, entweder vor das Objectiv oder vor das Ocular des erwähnten Fernrohres gestelltes doppelbrechendes Prisma eine theilweise Deckung der beiden Hälften des Gesichtsfeldes derart bewirkt, dass dasselbe nunmehr durch zwei verticale Grenzlinien in drei Theile getheilt war, eine mittle Zone und zwei seitliche. Die beiden Grenzlinien der Mittelzone waren das durch das doppelbrechende Prisma erzeugte doppelte Bild der medianen Grenzlinie der beiden Hälften des Gesichtsfeldes. Die Mittelzone war nun erleuchtet von dem aus den beiden Lichtern der anfänglichen Gleichung gebildeten Mischlichte, das rechts und links liegende Kreissegment aber von je einem der beiden eben genannten Lichter. Alle drei Abschnitte des Gesichtsfeldes erschienen wieder vollständig gleich.

Nennen wir die beiden Lichter der ursprünglichen Gleichung l und l^1, so entspricht der durch das Prisma erzeugten Dreitheilung des Gesichtsfeldes die Doppelgleichung:

$$l = \frac{l}{2} + \frac{l^1}{2} = l^1.$$

§. 38.

Den beiden Lichtern einer Gleichung wird beiderseits dasselbe Licht zugemischt.

Mit rotirenden Scheiben lassen sich hierhergehörige Versuche in ganz analoger Weise anstellen, wie dies im vorigen § erörtert wurde, wenn die eine Scheibe statt einer Farbengleichung nur ein einziges farbiges Papier oder mehrere über die ganze Scheibe sich erstreckende verschiedenfarbige Sectoren trägt.

Wichtiger sind die Versuche mit Spectralfarben. Es wurden Farbengleichungen hergestellt zwischen einem Gemische von zwei homogenen Lichtern und einem Gemische aus zwei andern homogenen Lichtern, was etwas mühsam ist. Beiden Seiten der Gleichung wurde nun bald dieses, bald jenes Licht hinzugefügt, ohne dass dadurch irgend welche Ungleichheit der beiden Hälften des Gesichtsfeldes herbeigeführt worden wäre.

Es wurden ferner Gleichungen hergestellt zwischen einem Pigmentlichte oder dem Tageslichte und einem Gemische aus zwei homogenen Lichtern, und sodann auf beiden Seiten der Gleichung ein und dasselbe Licht hinzugefügt. Auch hierbei trat keine Störung der Gleichheit beider Hälften des Gesichtsfeldes ein.

§. 39.

Die Intensität der beiden Lichter einer Farbengleichung wird beiderseits in demselben Verhältniss vermehrt oder vermindert.

Wenn man die Intensität der beiden Lichter einer Gleichung verdoppelt, verdreifacht u. s. f., so legt man sozusagen dieselbe Gleichung zweimal, dreimal übereinander, d. h. man addirt wieder gleich erscheinendes Licht zu gleich erscheinendem.

Vor dem Fernrohrobjective meines Apparates befand sich ein horizontaler Spalt mit symmetrischer Schneidenbewegung, stellbar mittels Mikrometerschraube. Bei allen Spaltbreiten innerhalb der

Grenzen von 0 bis 6 *mm* war die Menge des ins Fernrohr und Auge tretenden Lichtes für beide Seiten einer eingestellten Gleichung der Spaltbreite genau proportional.

Ich konnte nun von den im vorigen § erwähnten Gleichungen einstellen, welche ich wollte, jede blieb bei allen möglichen Spaltbreiten unverändert bestehen.

Bei einem neuen, in gewissen Beziehungen verbesserten Apparate, den ich gegenwärtig benütze, ist die eben beschriebene Art der Intensitätsänderung nicht anwendbar. Hier erziele ich sie dadurch, dass ich vor dem Objective des Fernrohrs eine gefensterte Scheibe rotiren lasse, deren Fenster beliebig verbreitert oder verschmälert werden können. Es ist selbstverständlich dass überhaupt nur solche Methoden derIntensitätsänderung zweckentsprechend sind, bei welchen beide Lichter der Gleichung gleichzeitig mittels derselben Einstellung in ihrer Intensität geändert werden, nicht aber jedes Licht gesondert.

Dass Farbengleichungen von der Intensität der Beleuchtung unabhängig sind, wurde bis auf Donders und van der Weyde stets angenommen; doch haben erst v. Kries und v. Brauneck besonders darauf gerichtete exacte Versuche veröffentlicht.[1])

Vergl. über die Constanz der Farbengleichungen bei wechselnder Lichtintensität meine Abh. über indiv. Verschiedenh. des Farbensinns S. 170 und 198 (Sep.-Abdr. S. 31 und 59).

Da die von mir benützten Methoden die Anwendung hoher Lichtintensitäten nicht gestatten, so kann ich auf das Fortbestehen der Farbengleichungen bei grosser Lichtstärke nur nach Analogie schliessen.

§. 40.

Beweise für die Unabhängigkeit der optischen Valenzen von der Stimmung des Sehorgans.

Alle jene Veränderungen, welche man als Ermüdung, Minderung oder Steigerung der Erregbarkeit des Sehorganes zu bezeichnen pflegt, lassen sich als Veränderung der Stimmung dieses Organs bezeichnen.

Dass nun eine für eine bestimmte Netzhautstelle einmal hergestellte Gleichung als solche fortbesteht, mag sich die Stimmung der bezüglichen Stelle ändern wie sie wolle, ist eine Erfahrung, die jeder mit der Herstellung von Farbengleichungen Beschäftigte gelegentlich macht. Betrachtet man eine Farbengleichung längere Zeit unverrückten Blickes, so ändert sie allmählich ihr Aussehen, aber

[1]) Du Bois-Reymond, Arch. f. Physiol. 1885, S. 79.

stets in beiden Hälften in derselben Weise. Mindert man nach längerer Betrachtung rasch die Helligkeit der Gleichung in der oben beschriebenen Weise, so schlägt die Farbe der Gleichung mehr oder minder in die Gegenfarbe um, aber wieder beiderseits in ganz gleicher Weise. Fixirt man längere Zeit die Linie, in welcher die beiden durch verschiedene Strahlungen erleuchteten Hälften der Gleichung zusammenstossen, und verschiebt dann den Blick auf einen Punkt der einen oder andern Hälfte, so ändert sich nichts im Aussehen der Gleichung: Alles Beweise, dass die beiden physikalisch verschiedenen Strahlungen die Stimmung der Netzhaut in ganz derselben Weise beeinflussen. Hat man zufällig oder absichtlich in eine Flamme geblickt, und infolge dessen ein Nachbild der Flamme erhalten, und betrachtet nun die Mitte der Gleichung, so erscheint die linke Hälfte des Flammennachbildes ganz ebenso wie die rechte, obwohl die das Nachbild tragende Stelle jetzt beiderseits von physikalisch verschiedenen Strahlungen erregt wird. Fixirt man längere Zeit eine beliebige gleichmässig farbig oder weiss leuchtende Fläche und betrachtet dann die Gleichung, so erscheint sie zwar verändert, aber immer wieder in beiden Hälften ganz gleich.

Eine für einen Farbentüchtigen oder Farbenblinden auf dem Kreisel hergestellte Gleichung bleibt bestehen, wenn man dem Hintergrunde, vor dem sie erscheint, irgend welche Farbe gibt und so das Aussehen der Gleichung durch simultanen Contrast ändert.

Ich habe, abgesehen von diesen zufällig oder beiläufig gemachten Beobachtungen, noch zahlreiche besondere Versuche angestellt, um obigen Satz zu beweisen. Da mein Apparat gestattet, das Gesichtsfeld desselben bald ganz mit einem beliebigen homogenen Lichte, bald in seinen beiden Hälften mit verschieden zusammengesetzten aber gleich erscheinenden Lichtern zu erleuchten, so konnte ich die Versuche in bequemer Weise mit homogenen und binär zusammengesetzten Lichtern wiederholen. Es erscheint überflüssig auf die Einzelheiten dieser Versuche einzugehen, da ihr Ergebniss immer wieder dasselbe war.

Ich entsinne mich nicht, dass in der Literatur auf die besprochenen Thatsachen besonders aufmerksam gemacht worden wäre, bis auf die S. 78 erwähnte Abhandlung von v. Kries, in welcher derselbe hierhergehörige Versuche mittheilt. Da der erwähnte Satz als eine unmittelbare Consequenz der Young'schen Theorie erscheint, so hat man ihn wohl als selbstverständlich

betrachtet und daher nicht besonders hervorgehoben. v. Kries stellte seine Versuche an, um in Betreff der „Ermüdungserscheinungen" eine Entscheidung zwischen der Theorie von Young-Helmholtz und der meinigen herbeizuführen, was freilich auf diesem Wege nicht möglich ist.

§. 41.

Nach dem Ergebnisse der zahlreichen, in den letzten Paragraphen angeführten Versuche darf ich wohl den oben aufgestellten Satz, nach welchem die Addition oder Subtraction zweier Farbengleichungen wieder eine Farbengleichung gibt, wenigstens innerhalb der von mir benützten Intensitätsstufen des Lichtes als hinreichend durch Versuche gestützt betrachten. Es ist denkbar, dass hohe Lichtintensitäten secundäre Aenderungen im Auge herbeiführen und dadurch das Mischungsgesetz etwas alteriren; mir aber liegen bisher keinerlei Erfahrungen vor, welche diese Annahme stützen könnten.

Vielleicht wird man meinen, dass ich mir mit all den oben angeführten Versuchen eine überflüssige Mühe gemacht habe, weil das Ergebniss aller vorauszusehen war. Gleichwohl erschien mir eine experimentelle Begründung des Satzes von der Constanz der optischen Valenzen durchaus nicht entbehrlich. Mit ganz demselben Rechte könnte man auch die Versuche überflüssig finden, welche Maxwell und Aubert zur Prüfung der Newton'schen Mischregel anstellten. Allerdings wird man auf den von diesen Forschern eingeschlagenen umständlicheren Weg zur Prüfung der Mischregel weniger Gewicht legen, wenn man weiss, dass die Richtigkeit der Schwerpunktconstruction schon mitbewiesen ist, sobald die erwähnten Hauptsätze durch hinreichend zahlreiche Experimente bewiesen sind.

Der grosse Vortheil, den die von mir gewählte Beweisführung bietet, liegt darin, dass man, wenn nur einmal die Apparate in Ordnung sind, leicht hundert und mehr verschiedene Fälle durchprobiren und somit hundert experimentelle Beweise in derselben Zeit geben kann, die nöthig ist, um drei Farbengleichungen herzustellen, welche der Newton'schen Mischregel gemäss unter sich stimmen und daher nur als ein einziger Versuch zum Beweise der Richtigkeit der letzteren gelten können. Es wird ja bei der von mir bevorzugten Art der Beweisführung jede Messung der einzelnen Componenten einer Lichtmischung und jede Rechnung überflüssig.

Das erwähnte Grundgesetz der Lichtmischung, nach welchem der Satz, dass Gleiches zu Gleichem addirt oder von letzterem subtrahirt wieder Gleiches gibt, auch für Farbengleichungen giltig ist, hat den Vorzug, dass es unmittelbar verständlich ist und Einem, wie gesagt, von vornherein einleuchtet. Ganz anders verhält sich dies mit der Newton'schen Mischregel, welche für den Anfänger immer etwas geheimnissvoll Ueberraschendes hat und, wie gezeigt wurde, leicht zu allerlei Unklarheiten führt, wenn man die aus jener Regel resultirenden Vorstellungen nicht vollständig zu reinigen versteht von jener Doppelsinnigkeit der Begriffe Farbenton, Lichtintensität und Weisslichkeit einer Farbe, wie sie durch die Verwechslung der Mischebene der optischen Valenzen mit der Farbentafel als einem Tableau der verschiedenen „Qualitäten" der Gesichtsempfindung so leicht entstehen kann. Ich glaube, dass es für die Entwicklung der Farbenlehre besser gewesen wäre, wenn man statt von der Newton'schen Mischregel von dem oben aufgestellten Hauptgesetze ausgegangen wäre. Entwickelt man die Newton'sche Mischregel aus diesem Hauptgesetze, so wird sie auch für den Anfänger leicht verständlich, sofern ihm die Elemente der Geometrie nicht ganz fremd sind.

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 113987421